

Zelftoets 2 Discrete analyse vwo a&c

datum:

naam:

1 We bekijken de rij $a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ voor $n=0, 1, 2, \dots$ en zijn verschilrij $v_n = a_n - a_{n-1}$, $n=1, 2, 3, \dots$

a. Voer de rijen a_n en v_n in op de GR (onder $u(n)$ en $v(n)$).
Schrijf hiernaast op hoe je het venster ingevuld hebt.

n Min	=
$u(n)$	=
$u(n$ Min)	=
$v(n)$	=
$v(n$ Min)	=

b. Ga na of de rij a_n een meetkundige, dan wel rekenkundige rij is of geen van beide. Geef een toelichting.

c. Doe dat ook voor de rij v_n .

d. Geef een directe formule voor de rij v_n .

e. Laat zien dat je formule uit de vorige vraag voldoet door met algebra te laten zien dat $v_n = a_n - a_{n-1}$.

We bekijken de somrij van a_n :

$$s_0 = a_0, s_1 = a_0 + a_1, s_2 = a_0 + a_1 + a_2, \dots$$

f. Voer de rij s_n in op de GR onder $w(n)$ met een recursieve betrekking.
Schrijf op hoe je het venster hebt ingevuld.

$w(n)$	=
$w(n$ Min)	=

g. Geef een directe formule voor s_n .
Laat zien dat deze formule te herschrijven is tot:
 $s_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 16$

2 We bekijken de rij a_0, a_1, a_2, \dots en de somrij hierbij:
 $s_0 = a_0, s_1 = a_0 + a_1, s_2 = a_0 + a_1 + a_2, \dots$

Van de somrij is de formule bekend:

$$s_n = 2n^2 - 2, n=0, 1, 2, \dots$$

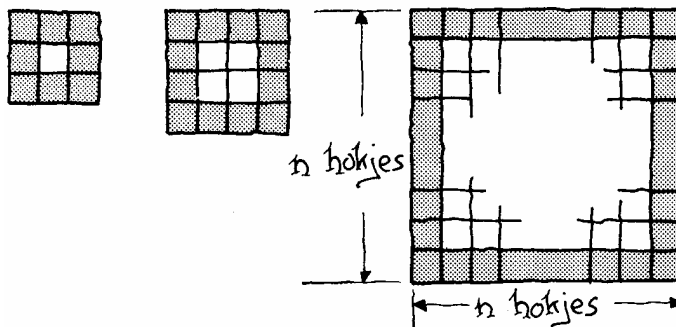
a. Bereken a_0, a_1 en a_2 . Schrijf je berekening op.

b. Geef een directe formule voor a_n .

c. Wat voor een rij is de rij a_0, a_1, a_2, \dots ?
Licht je antwoord toe.

- 3 Op ruitjespapier kun je de letter O tekenen door een aantal hokjes zwart te maken. Je kunt hem van verschillende groottes maken. Hiernaast zie je de letter O van grootte 3 (drie hokjes breed en hoog), van grootte 4 en van grootte n .

Het aantal hokjes dat je zwart moet maken voor de O van grootte 3 noemen we a_3 , het aantal hokjes dat je zwart moet maken voor de O van grootte 4 noemen we a_4 , enzovoorts.



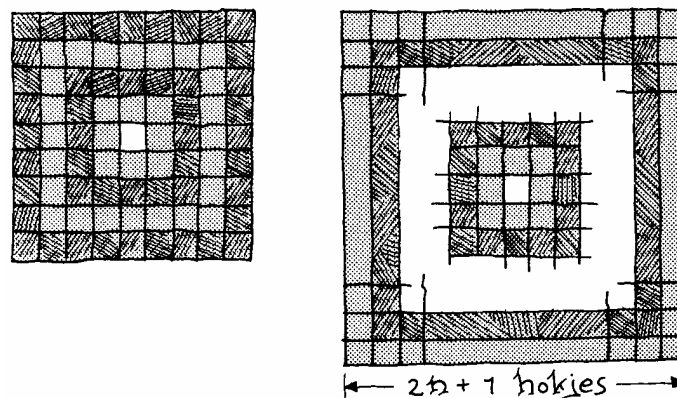
- a. Bereken a_{10} .

- b. Leg, met behulp van het plaatje van de O met grootte n uit dat $a_n = n^2 - (n - 2)^2$ ($n=3,4,5,\dots$) een directe formule is voor de rij $a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$.

- c. Laat met algebra zien dat de formule uit b op hetzelfde neerkomt als $a_n = 4n - 4$ ($n=3,4,5, \dots$). Wat voor soort rij is $a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$ dus?

De O-tjes van oneven grootte kun je mooi in elkaar passen. Je krijgt dan een vierkant met een gaatje. In het linker plaatje hiernaast zie je de eerste vier O-tjes met oneven grootte binnen elkaar gepast: dat zijn de O-tjes met grootte 3, 5, 7 en 9.

De eerste n O-tjes van oneven grootte zijn de O-tjes met grootte 3, 5, 7, 9 tot en met $2n + 1$. In het rechter plaatje zie je deze n O-tjes in elkaar gepast.



- d. Gebruik het linker plaatje om de som $a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ handig te berekenen.

- e. Gebruik het rechter plaatje om een formule te maken voor de som $a_3 + a_5 + a_7 + \dots + a_{2n+1}$.

De rij a_3, a_5, a_7, \dots is een rekenkundige rij. De som van de eerste n termen kun je dus ook berekenen met de regel die je hebt geleerd voor de som van een rekenkundige rij.

- f. Doe dat.

- g. Laat, door de haakjes uit te werken, zien dat de formules uit e en f op hetzelfde neerkomen.