

## Hoofdstuk 19 ONTBINDEN VWO

### 19.0 INTRO

- 1 De som is 9, of 10, of 11. Dat zijn de enige met vier mogelijkheden, zie eerste twee kolommen.

Som	Mogelijkheden	Product	Manieren om het product te schrijven
9	1 + 8	8	1·8 of 2·4
	2 + 7	14	2·7
	3 + 6	18	2·9 of 3·6
	4 + 5	20	4·5
10	1 + 9	9	1·9
	2 + 8	16	2·8
	3 + 7	21	3·7
	4 + 6	24	4·6 of 3·8
11	2 + 9	18	2·9 of 3·6
	3 + 8	24	4·6 of 3·8
	4 + 7	28	4·7
	5 + 6	30	5·6

Als je naar het product van de mogelijkheden kijkt, komt 18 (licht blauw) en 24 (paars) twee keer voor, zie kolom drie.

Als je naar het product van de mogelijkheden van de som is 9 en 11 kijkt, kun je maar twee van de vier mogelijkheden wegstrepen.

Dus moet het wel 4 en 6 zijn, want het product 9, 16 en 21 is maar op één manier te schrijven als product van twee ongelijke gehele getallen onder de tien. Zie kolom vier.

### 19.1 DE OPLOSSING ZOEKEN

- 2 a

breedte	1	2	3	4	6	8	9	12
lengte	144	72	48	36	24	18	16	12

- b 12 bij 12 tegels. Dan is de omtrek 48.  
c 9 bij 16 tegels.

- 3 7 rijen met per rij 13 zitplaatsen of 13 rijen met per rij 7 zitplaatsen.

- 4 a  $11 \cdot 17 = 187$ .  
Er liggen 11 of 17 stukjes op een rij.

- b  $11 + 17 + 11 + 17 - 4 = 52$  stukjes

- 5

dagen	maanden	dagen	maanden
1	260	20	13
2	130	26	10
4	65	52	5
5	52	65	4
10	26	130	2
13	20	260	1

- 6 a 1 bij 24, 2 bij 12, 3 bij 8 of 4 bij 6 tegels.

- b 1 bij 25 of 5 bij 5 tegels  
1 bij 26 of 2 bij 13 tegels  
1 bij 23 tegels

- 7 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, 31, ...

- 8 b  $x + (x + 1) = 51$

$$x = 25$$

- c  $x(x + 1) = 56$

$$x = 7 \text{ of } x = -8$$

- d  $x^3 = 8$

$$x = 2 \text{ cm}$$

- e  $x^2 = -64$

géén oplossingen

- f  $x^3 = -64$

$$x = -4$$

- g  $3x = x + 5$

$$x = 2\frac{1}{2}$$

- 9 a Als  $x = -1$ :

$$x^2 + x = (-1)^2 + -1 = 0$$

$$x + 1 = -1 + 1 = 0$$

$0 = 0$ , dus het getal 0 voldoet.

Als  $x = 0$ :

$$x^2 + x = (0)^2 + 0 = 0$$

$$x + 1 = 0 + 1 = 1$$

$0 \neq 1$ , dus het getal 0 voldoet niet.

Als  $x = 1$ :

$$x^2 + x = (1)^2 + 1 = 2$$

$$x + 1 = 1 + 1 = 2$$

$2 = 2$ , dus het getal 1 voldoet.

Als  $x = 2$ :

$$x^2 + x = (2)^2 + 2 = 6$$

$$x + 1 = 2 + 1 = 3$$

$6 \neq 3$ , dus het getal 2 voldoet niet.

- b Als  $x = -4$ :

$$(x - 1)(x + 4) = (-4 - 1)(-4 + 4) = -5 \cdot 0 = 0$$

$0 = 0$ , dus het getal -4 voldoet.

Als  $x = -1$ :

$$(x - 1)(x + 4) = (-1 - 1)(-1 + 4) = -2 \cdot 3 = -6$$

$-6 \neq 0$ , dus het getal -1 voldoet niet.

Als  $x = 1$ :

$$(x - 1)(x + 4) = (1 - 1)(1 + 4) = 0 \cdot 5 = 0$$

$0 = 0$ , dus het getal 1 voldoet.

Als  $x = 4$ :

$$(x - 1)(x + 4) = (4 - 1)(4 + 4) = 3 \cdot 8 = 24$$

$24 \neq 0$ , dus het getal 4 voldoet niet.

- c Als  $x = -4$ :

$$x^2 - 3x - 4 = (-4)^2 - 3 \cdot -4 - 4 = 16 + 12 - 4 = 24$$

$24 \neq 0$ , dus het getal -4 voldoet niet.

Als  $x = -1$ :

$$x^2 - 3x - 4 = (-1)^2 - 3 \cdot -1 - 4 = 1 + 3 - 4 = 0$$

$0 = 0$ , dus het getal -1 voldoet.

Als  $x = 1$ :

$$x^2 - 3x - 4 = (1)^2 - 3 \cdot 1 - 4 = 1 - 3 - 4 = -6$$

$-6 \neq 0$ , dus het getal 1 voldoet niet.

Als  $x = 4$  :

$$x^2 - 3x - 4 = (4)^2 - 3 \cdot 4 - 4 = 16 - 12 - 4 = 0$$

$0 = 0$ , dus het getal 4 voldoet.

- 10**  $x = 2$   $x = 0$   
géén oplossingen  $x = -4$   
 $x = 3$  of  $x = -3$  géén oplossingen  
 $x = 2$   $x = -2$   
 $x = 3$  of  $x = -5$   $x = -1$

- 11 a** Vinja, want  $3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$ .  
**b** Met haakjes:  $(3 \cdot 2)^2$   
**c**  $3 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 = 3 \cdot 16 - 24 = 48 - 24 = 24$   
**d**  $\frac{1}{2} \cdot 36 = 18$   $9 \cdot \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$   
 $4 \cdot \frac{1}{4} = 1$   $8 \cdot 3 \cdot 16 = 384$

- 12 a** Vinja, want  $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$ .  
**b**  $(-4)^2 = -4 \cdot -4 = 16$   
 $(-4x)^2 = -4x \cdot -4x = 16x^2$   
**c**  $-(-2)^2 + 4 \cdot -2 = -4 - 8 = -12$   
 $-2 \cdot (-1)^4 - 3 \cdot -1 = -2 + 3 = 1$   
 $-(-1)^4 - (-1)^3 - (-1)^2 = -1 + 1 - 1 = -1$   
**d**  $-10x$   $4x^2 \cdot -5x^2 = -20x^4$   
 $10x^2$   $4x^2 \cdot 25x^2 = 100x^4$   
 $10x^3$   $-2x \cdot 25x^2 = -50x^3$

- 13**  $x = 1\frac{1}{2}$  of  $x = -1\frac{1}{2}$   $x = 10$  of  $x = -10$   
 $x = 12$  of  $x = -12$   $x = 5$  of  $x = -5$   
 $x = 5$  of  $x = -7$   $x = 7$  of  $x = -13$   
 $x = 11$  of  $x = -1$   $x = 21$  of  $x = 1$

- 14**  $x = 2\frac{1}{2}$  of  $x = -3\frac{1}{2}$   $x = 5$  of  $x = -5$   
 $x = -\frac{1}{2}$   $x = 4$  of  $x = -4$   
géén oplossingen  $x = -4$  of  $x = -14$   
 $x = 0$  of  $x = -1$   $x = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$  of  $x = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$

- 15 a**  $x(x + 10) = 600$   
**b**  $x = 20$  meter

**16**  $x(x + 5) = 24$ , dus  $x = 3$

**17**  $x(x + 1) = 72$ , dus  $x = 8$

- 18 a**  $x(x + 2) = 80$   
 $x = 8$   
**b**  $x(x + 11) = 80$   
 $x = 5$

- 19 a**  $x = 2$   
**b**  $x = 8$

- 20 a** 3 en 7  
**b**  $x(10 - x) = 21$   
**c**  $x(30 - x) = 216$   
**d**  $1 \cdot 216$   $4 \cdot 54$   $9 \cdot 24$   
 $2 \cdot 108$   $6 \cdot 36$   $12 \cdot 18$   
 $3 \cdot 72$   $8 \cdot 27$   
**e** De getallen zijn 12 en 18.

**21**  $-10 \cdot (-10 + 2) = -10 \cdot -8 = 80$

**22**  $x = -30$ ;  $x = -8$ ;  $x = -9$ ;  $x = -4$ ,  $x = -5$

**23**  $x = -6$  of  $x = -2$

**24**  $x = 5$  of  $x = -6$   
 $x = -4$  of  $x = -5$   
 $x = 4$  of  $x = 1$

## 19.2 HET PRODUCT IS 0

- 25 a** Een van de getallen moet 0 zijn.  
**b** Dit kan op allerlei manieren, zoals  $1 \cdot 60$  of  $2 \cdot 30$  of  $\frac{1}{4} \cdot 240$ .  
**c** 0; 0  
**d**  $0 \cdot 4 = 0$   
**e**  $x = -1$ , want  $-4 \cdot 0 = 0$   
**f**  $x = 1$  of  $x = -1$  of  $x = -2$   
Voor andere getallen  $x$  is  $x - 1$  niet 0, is  $x + 1$  niet 0 en is  $x + 2$  niet 0.

**26**  $x = -3$  of  $x = -5$   
 $x = 3$  of  $x = 1\frac{1}{2}$   
 $x = 0$  of  $x = 4$

**27**  $x = 2$  of  $x = -3$  of  $x = 4$  of  $x = -5$   
 $x = 0$  of  $x = 1$  of  $x = -4$   
 $x = 0$  of  $x = -\frac{1}{2}$  of  $x = \frac{1}{3}$  of  $x = -\frac{1}{4}$

**28 a**  $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7)(x - 9) = 0$   
**b**  $x(x - 1)(x + 1)(x - 11) = 0$

**29** Linkerkolom  
 $x = 0$  of  $x = 1$  of  $x = -1$  of  $x = 3$  of  $x = -3$   
 $x = 0$  of  $x = 2$  of  $x = 11$   
 $x = 9$  of  $x = 3$  of  $x = -3$

Rechterkolom

$x = 0$  of  $x = 16$   
 $x = 0$  of  $x = 4$  of  $x = -4$   
 $x = 4$  of  $x = -4$

**30**  $x(x - 7)$   $(x - 4)(x - 1)$   
 $x^2(x - 7)$   $x^2(x - 4)(x - 1)$   
 $(x - 2)(x - 5)$   $4x(x^2 - 25)$   
 $x(x - 2)(x - 5)$   $4x^4(x^2 - 25)$

## 19.3 SYSTEMATISCH OPLOSSEN

**31**  $x^2 + 10x = -16$  ➤ PLUS 16  
 $x^2 + 10x + 16 = 0$  ➤ ONTBINDEN  
 $(x + 2)(x + 8) = 0$   
 $x = -2$  of  $x = -8$

$10x = x^2$  ➤ MIN  $x^2$   
 $10x - x^2 = 0$  ➤ ONTBINDEN  
 $x(10 - x) = 0$   
 $x = 0$  of  $x = 10$

$$x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(x + 8)(x - 2) = 0$$

$$x = -8 \text{ of } x = 2$$

➤ MIN 16  
➤ ONTBINDEN

$$x^2 + 16 = 8x$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$x = 4$$

➤ MIN 8x  
➤ ONTBINDEN

$$2x^2 = 10x$$

$$2x^2 - 10x = 0$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = 5$$

➤ MIN 10x  
➤ DELEN DOOR 2  
➤ ONTBINDEN

$$x^2 - 5x = 6$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x = 6 \text{ of } x = -1$$

➤ MIN 6  
➤ ONTBINDEN

$$x^3 + 9x^2 = 0$$

$$x^2(x + 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -9$$

➤ ONTBINDEN

$$12 - 11x = x^2$$

$$x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$(x + 12)(x - 1) = 0$$

$$x = -12 \text{ of } x = 1$$

➤ PLUS 11x, MIN 12  
➤ ONTBINDEN

$$3x^2 = 6x - 3$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 1$$

➤ MIN 6x, PLUS 3  
➤ DELEN DOOR 3  
➤ ONTBINDEN

$$3 - 4x = 1 - 2x^2$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 1$$

➤ PLUS 2x<sup>2</sup>, MIN 1  
➤ DELEN DOOR 2  
➤ ONTBINDEN

**32**

$$3(x + 1) = x^2 + 5$$

$$3x + 3 = x^2 + 5$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = 1$$

➤ HAAKJES WEG  
➤ MIN 3x, MIN 3  
➤ ONTBINDEN

$$(x + 1)(x + 3) = 1 - x^2$$

$$x^2 + 4x + 3 = 1 - x^2$$

$$2x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)(x + 1) = 0$$

$$x = -1$$

➤ HAAKJES WEG  
➤ PLUS x<sup>2</sup>, MIN 1  
➤ DELEN DOOR 2  
➤ ONTBINDEN

$$3(x + 1)^2 = x^2 + 3$$

$$3x^2 + 6x + 3 = x^2 + 3$$

$$2x^2 + 6x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -3$$

➤ HAAKJES WEG  
➤ MIN x<sup>2</sup>, MIN 3  
➤ DELEN DOOR 2  
➤ ONTBINDEN

$$x(x^2 - 2) = x^2(x + 2)$$

$$x^3 - 2x = x^3 + 2x^2$$

$$2x^2 + 2x = 0$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -1$$

➤ HAAKJES WEG  
➤ MIN x<sup>3</sup>, PLUS 2x  
➤ DELEN DOOR 2  
➤ ONTBINDEN

$$2(x^2 - 2) = 4(x^2 - 3)$$

$$2x^2 - 4 = 4x^2 - 12$$

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

➤ HAAKJES WEG  
➤ MIN 2x<sup>2</sup>, PLUS 4  
➤ DELEN DOOR 2  
➤ ONTBINDEN

$$(x^2 + 2)^2 = (x^2 - 4)^2$$

$$x^4 + 4x^2 + 4 = x^4 - 8x^2 + 16$$

$$12x^2 = 12$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ of } x = -1$$

➤ HAAKJES WEG  
➤ MIN x<sup>4</sup>, PLUS 8x<sup>2</sup>, MIN 4  
➤ DELEN DOOR 12

**33**

$$5x^4 = 80$$

$$x^4 = 16$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

$$12 - 4x = x^2$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = -6 \text{ of } x = 2$$

$$5x^4 = 80x^2$$

$$5x^4 - 80x^2 = 0$$

$$x^4 - 16x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 16) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = 4 \text{ of } x = -4$$

$$12 - 2x = 2x^2$$

$$2x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3 \text{ of } x = 2$$

$$5x^4 = 80x^3$$

$$5x^4 - 80x^3 = 0$$

$$x^4 - 16x^3 = 0$$

$$x^3(x - 16) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = 16$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 9)(x - 1) = 0$$

$$x = 9 \text{ of } x = 1$$

$$12 - 9x = 3x^2$$

$$3x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4 \text{ of } x = 1$$

$$(3 + x)^2 = 49$$

$$3 + x = 7 \text{ of } 3 + x = -7$$

$$x = 4 \text{ of } x = -10$$

$$x^2(x^2 - 10x + 9) = 0$$

$$x^2(x - 9)(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = 9 \text{ of } x = 1$$

géén oplossingen

$$(x - 1)(x^2 - 10x + 9) = 0$$

$$(x - 1)(x - 9)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ of } x = 9$$

$$(3 + x)^2 = 0$$

$$3 + x = 0$$

$$x = -3$$

$$x + 2 = 64$$

$$x = 62$$

$$(x + 2)^3 = 64$$

$$x + 2 = 4$$

$$x = 2$$

$$(x + 2)^2 = 64$$

$$x + 2 = 8 \text{ of } x + 2 = -8$$

$$x = 6 \text{ of } x = -10$$

$$(x + 2)^6 = 64$$

$$x + 2 = 2 \text{ of } x + 2 = -2$$

$$x = 0 \text{ of } x = -4$$

## 19.4 VERGELIJKINGEN OPSTELLEN

**34 a**  $x^2 + (x + 2)^2 = (x + 4)^2$

**b**  $x^2 + (x + 2)^2 = (x + 4)^2$   
 $2x^2 + 4x + 4 = x^2 + 8x + 16$   
 $x^2 - 4x - 12 = 0$   
 $(x - 6)(x + 2) = 0$   
 $x = 6$  of  $x = -2$

**35**  $x(x + 4) + 4 \cdot 4 = 181$   
 $x^2 + 4x + 16 = 181$   
 $x^2 + 4x - 165 = 0$   
 $(x + 15)(x - 11) = 0$   
 $x = -15$  of  $x = 11$   
Alleen het antwoord  $x = 11$  voldoet, omdat het om een lengte gaat.

**36**  $x(x + 7) = 260$   
 $x^2 + 7x - 260 = 0$   
 $(x + 20)(x - 13) = 0$   
 $x = -20$  of  $x = 13$   
Alleen  $x = 13$  voldoet, want  $x > 0$ .

$5x^2 = 405$   
 $x^2 = 81$   
 $x = 9$  of  $x = -9$   
Alleen  $x = 9$  voldoet, want  $x > 0$ .

$6x + 6(x - 6) = 168$   
 $12x - 36 = 168$   
 $12x = 204$   
 $x = 17$

**37 a**  $h(h + 11) = 210$   
 $h^2 + 11h - 210 = 0$   
 $(h + 21)(h - 10) = 0$   
 $h = -21$  of  $h = 10$   
 $h = -21$  voldoet niet, want  $h > 0$ .  
Er zijn 10 honden en 21 katten.

**b**  $h(37 - h) = 210$   
 $37h - h^2 - 210 = 0$   
 $h^2 - 37h + 210 = 0$   
 $(h - 30)(h - 7) = 0$   
 $h = 30$  of  $h = 7$   
Er zijn 30 honden en 7 katten of 7 honden en 30 katten.

**c**

honden	1	2	3	5	6	7	10	14
katten	210	105	70	42	35	30	21	15
honden	15	21	30	35	42	70	105	210
katten	14	10	7	6	5	3	2	1

Opgave **a**: Rood gekleurd (is donker gekleurd)  
Opgave **b**: Groen gekleurd (is licht gekleurd)

**38** Opp. Berends =  $x^2$   
Opp. Ermers =  $(x - 30)(x - 40)$   
Vergelijking:  
 $x^2 = 2(x - 30)(x - 40)$   
 $x^2 = 2x^2 - 140x + 2400$   
 $x^2 - 140x + 2400 = 0$   
 $(x - 20)(x - 120) = 0$   
 $x = 20$  of  $x = 120$

$x = 20$  voldoet niet, want dan wordt de lengte en breedte van het land van Ermers negatief.

Afmetingen land Berends: 120 bij 120 meter.  
Afmetingen land Ermers:  $120 - 30 = 90$  bij  $120 - 40 = 80$  meter.

**39**  $x(x + 2) = 24$   
 $x^2 + 2x - 24 = 0$   
 $(x + 6)(x - 4) = 0$   
 $x = -6$  of  $x = 4$   
 $x = -6$  voldoet niet, want  $x > 0$ .  
Afmetingen kamer is 4 bij 4 meter.

**40**  $(x + 6)^2 = 441$   
 $x + 6 = 21$  of  $x + 6 = -21$   
 $x = 15$  of  $x = -27$   
 $x = -27$  voldoet niet, want  $x > 0$ .

Opp. kleine vierkant is  $441 - 4 \cdot 6 \cdot 15 = 81$ .  
Zijde kleine vierkant is  $\sqrt{81} = 9$  cm.  
 $d = \sqrt{9^2 + 9^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$  cm

## 19.5 HOGEREGRADS VERGELIJKINGEN

**41** derdegraads; vierdegraads

**42**  $x^3 = 4x^2 - 4x$   
 $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$   
 $x(x^2 - 4x + 4) = 0$   
 $x(x - 2)(x - 2) = 0$   
 $x = 0$  of  $x = 2$

$x^3 - 3x^2 = 4x$   
 $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$   
 $x(x^2 - 3x - 4) = 0$   
 $x(x - 4)(x + 1) = 0$   
 $x = 0$  of  $x = 4$  of  $x = -1$

$x^4 + 9x^3 = 22x^2$   
 $x^4 + 9x^3 - 22x^2 = 0$   
 $x^2(x^2 + 9x - 22) = 0$   
 $x^2(x + 11)(x - 2) = 0$   
 $x = 0$  of  $x = -11$  of  $x = 2$

**43**  $x^2 = 8x - 16$   
 $x^2 - 8x + 16 = 0$   
 $(x - 4)(x - 4) = 0$   
 $x = 4$

$x^4 = 8x^2 - 16$   
 $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$   
 $(x^2 - 4)(x^2 - 4) = 0$   
 $x = 2$  of  $x = -2$   
 $x^4 - 3x^2 = 4$   
 $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$   
 $(x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$   
 $x = 2$  of  $x = -2$

$x^6 + 7x^3 = 8$   
 $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$   
 $(x^3 + 8)(x^3 - 1) = 0$   
 $x = -2$  of  $x = 1$

## SUPER OPGAVEN

1

jongste	middelste	oudste	som
1	1	36	38
1	2	18	21
1	3	12	16
1	4	9	14
1	6	6	13
2	2	9	13
2	3	6	11
3	3	4	10

Omdat Ofelia het nog steeds niet wist, moet de som 13 zijn (komt twee keer voor). Omdat er één oudste is, blijft alleen de mogelijkheid over: 2, 2 en 9 jaar.

14  $x = 3$   $x = 5$  of  $x = 9$   $x = 2$  of  $x = -2$   
 $x = 2$  géén oplossingen géén oplossingen  
 $x = -3$  géén oplossingen  $x = 2$  of  $x = -2$   
 $x = -4$

18 a  $21 - 11 = 10$  prijzen

b  $21 - x$  prijzen

c  $11 \cdot 10 = 110$  euro

d  $x(21 - x)$

e  $x(21 - x) = 104$

$x = 13$  of  $x = 8$

Er zijn 13 prijzen van 8 euro of 8 prijzen van 13 euro.

24  $x^2 + 5x = 24$

$x(x + 5) = 24$

$x = 3$  of  $x = -8$

$5x^2 - 15x = 350$

$x^2 - 3x = 70$

$x(x - 3) = 70$

$x = 10$  of  $x = -7$

$-3x^2 + 12x = 9$

$x^2 - 4x = -3$

$x(x - 4) = -3$

$x = 1$  of  $x = 3$

25 a Eén van de getallen moet 0 zijn.

b Dit kan op allerlei manieren, zoals  $1 \cdot 60$  of  $2 \cdot 30$  of  $\frac{1}{4} \cdot 240$ .

c  $x - a$  moet 0 zijn of  $x - b$  moet 0 zijn.  
 Dus  $x = a$  of  $x = b$ .

30 a  $k = -15$ ,  $x^2 - 15x - 16 = (x - 16)(x + 1)$

$k = -6$ ,  $x^2 - 6x - 16 = (x - 8)(x + 2)$

$k = 0$ ,  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

$k = 15$ ,  $x^2 + 15x - 16 = (x - 1)(x + 16)$

b  $k = -17$  of  $k = 0$  of  $k = 15$

33 a  $1^3 + 2 \cdot 1^2 - 13 \cdot 1 + 10 = 1 + 2 - 13 + 10 = 0$

b  $(x - 1)(x^2 + 3x - 10) =$

$x^3 + 3x^2 - x^2 - 10x - 3x + 10 =$

$x^3 + 2x^2 - 13x + 10$

-1	$-x^2$	$-3x$	10
$x$	$x^3$	$3x^2$	$-10x$
	$x^2$	$3x$	$-10$

c  $x^3 + 3x^2 - 7x + 15 = 0$

$(x + 5)(x^2 + 2x - 3) = 0$

$(x + 5)(x + 3)(x - 1) = 0$

$x = -5$  of  $x = -3$  of  $x = 1$

$x^3 - x^2 - 6x = 0$

$(x - 3)(x^2 + 2x) = 0$

$(x - 3)(x + 2)x = 0$

$x = 3$  of  $x = -2$  of  $x = 0$

$(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$

$x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8 = 0$

$(x^2 + x - 2)(x^2 + 5x + 4) = 0$

$(x - 1)(x + 2)(x + 4)(x + 1) = 0$

$x = 1$  of  $x = -2$  of  $x = -4$  of  $x = -1$

34 a  $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 =$

$(x + 4)^2 + (x + 5)^2 + (x + 6)^2$

$4x^2 + 12x + 14 = 3x^2 + 30x + 77$

$x^2 - 18x - 63 = 0$

$(x - 21)(x + 3) = 0$

$x = 21$  of  $x = -3$

De kleinste positieve oplossing van de zeven opeenvolgende getallen is 21.

b  $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 + (x + 4)^2 =$

$(x + 5)^2 + (x + 6)^2 + (x + 7)^2 + (x + 8)^2$

$5x^2 + 20x + 30 = 4x^2 + 52x + 174$

$x^2 - 32x - 144 = 0$

$(x - 36)(x + 4) = 0$

$x = 36$  of  $x = -4$

De kleinste positieve oplossing van de negen opeenvolgende getallen is 36.

36 a prijs per persoon:  $25 - 0,50 \cdot 7 = 21,50$  euro

totale prijs:  $17 \cdot 21,50 = 365,50$  euro

b prijs per persoon:

$25 - 0,5(x - 10) = 30 - 0,5x$

totale prijs:  $x \cdot (30 - 0,5x) = -0,5x^2 + 30x$

c  $-0,5x^2 + 30x = 432$

$x^2 - 60x + 864 = 0$

$(x - 36)(x - 24) = 0$

$x = 36$  of  $x = 24$

$x = 36$  voldoet niet, want  $11 \leq x \leq 30$ , dus  $x = 24$ .

37 a  $6 \cdot 4 = 24$  kubusjes

b

ribbe	7	9	11
aantal kubusjes	144	312	528

c Aantal buitenkant:  $6((n - 2)^2 - 5) = 6n^2 - 24n - 6$

Aantal binnenin:  $3 \cdot 4(n - 5) = 12n - 60$

$A = 6n^2 - 24n - 6 + (12n - 60) = 6n^2 - 12n - 66$

d  $6n^2 - 12n - 66 = 5328$   
 $6n^2 - 12n - 5394 = 0$   
 $n^2 - 2n - 899 = 0$   
 $(n - 31)(n + 29) = 0$   
 $n = 31$  of  $n = -29$   
 De ribbe van de kubus is 31, want  $n > 0$ .

43 a  $4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 1 = 841 = 29^2$   
 $21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1 = 255.025 = 505^2$   
 b  $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$   
 c  $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$   
 d  $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1 = (x^2 + 3x + 1)^2$

1	$x^2$	$3x$	1
$3x$	$3x^3$	$9x^2$	$3x$
$x^2$	$x^4$	$3x^3$	$x^2$
	$x^2$	$3x$	1

### 19.7 EXTRA OPGAVEN

1  $2p(2p + 4,5) - p^2 = 120$   
 $3p^2 + 9p - 120 = 0$   
 $p^2 + 3p - 40 = 0$   
 $(p + 8)(p - 5) = 0$   
 $p = -8$  of  $p = 5$   
 Antwoord  $p = -8$  voldoet niet, want  $p > 0$ .  
 Afmetingen tuin:  $2 \cdot 5 + 4,5 = 14,5$  bij  $2 \cdot 5 = 10$  meter.

2  $x^2 - 4 = 4x - 4$   
 $x^2 - 4x = 0$   
 $x(x - 4) = 0$   
 $x = 0$  of  $x = 4$

$(x + 4)(x - 4) = 4 - x$   
 $x^2 - 16 = 4 - x$   
 $x^2 + x - 20 = 0$   
 $(x + 5)(x - 4) = 0$   
 $x = -5$  of  $x = 4$

$(x + 4)^2 = x(x + 4)$   
 $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x$   
 $4x = -16$   
 $x = -4$

$(x - 4)^2 = 4 - x$   
 $x^2 - 8x + 16 = 4 - x$   
 $x^2 - 7x + 12 = 0$   
 $(x - 3)(x - 4) = 0$   
 $x = 3$  of  $x = 4$

$(x + 4)^2 = 16x$   
 $x^2 + 8x + 16 = 16x$   
 $x^2 - 8x + 16 = 0$   
 $(x - 4)^2 = 0$   
 $x = 4$

$(x + 4)^2 = 16$   
 $x + 4 = 4$  of  $x + 4 = -4$   
 $x = 0$  of  $x = -8$

3 Noem de lengte van de dozen  $x$ .  
 Inhoud grote doos =  $10 \cdot x \cdot 2 \frac{1}{2} x = 25x^2$   
 Inhoud kleine doos =  $10 \cdot x \cdot 2x = 20x^2$   
 Vergelijking:  
 $20x^2 + 2000 = 25x^2$   
 $2000 = 5x^2$   
 $400 = x^2$   
 $x = 20$  of  $x = -20$   
 Antwoord  $x = -20$  voldoet niet, want  $x > 0$ .  
 Afmetingen kleine doos: 10 bij 20 bij 40 cm.

4  $(36 - 2x)(44 - 2x) = 660$   
 $1584 - 160x + 4x^2 = 660$   
 $4x^2 - 160x + 924 = 0$   
 $x^2 - 40x + 231 = 0$   
 $(x - 7)(x - 33) = 0$   
 $x = 7$  of  $x = 33$   
 Antwoord  $x = 33$  voldoet niet, want dan wordt een zijde  $44 - 2 \cdot 33 = -22$  meter.  
 Dus  $x = 7$  meter.

5 Noem de breedte van het pad  $x$  (in meters).  
 Opp. hele tuin =  $(4x + 48)^2$   
 Opp. paden = 400  
 Opp. perken =  $9 \cdot 16^2$   
 Vergelijking:  
 Opp. hele tuin = Opp. paden + Opp. perken  
 $(4x + 48)^2 = 400 + 9 \cdot 16^2$   
 $(4x + 48)^2 = 2704$   
 $4x + 48 = 52$  of  $4x + 48 = -52$   
 $4x = 4$  of  $4x = -100$   
 $x = 1$  of  $x = -25$   
 Antwoord  $x = -25$  voldoet niet, want  $x > 0$ .  
 De paden zijn 1 meter breed.

6 a Henk:  $x \cdot (10 - 2x) + 2 \cdot x \cdot 15 = -2x^2 + 40x$   
 Erik:  $15 \cdot x + 3 \cdot x \cdot (10 - x) = -3x^2 + 45x$

Vergelijking:  
 $-2x^2 + 40x = -3x^2 + 45x$   
 $x^2 - 5x = 0$   
 $x(x - 5) = 0$   
 $x = 0$  of  $x = 5$

Breedte van de letter is 5 cm.

b 7,2 gram geeft een inhoud van  $7,2 : 1,2 = 6 \text{ cm}^3$ .

Vergelijking:  
 $-2x^2 + 40x + 6 = -3x^2 + 45x$   
 $x^2 - 5x + 6 = 0$   
 $(x - 2)(x - 3) = 0$   
 $x = 2$  of  $x = 3$   
 De breedte van de letter is 2 cm of 3 cm.

7 a 6 bij 4 bij 1 cm ; 6 bij 2 bij 2 cm

b 1 bij 1 bij 24 cm

cd

lengte	breedte	hoogte	oppervlakte
1	1	24	98
1	2	12	76
1	3	8	70
1	4	6	68
2	2	6	56
2	3	4	52

e Bij de afmeting 2 bij 3 bij 4 cm.

8 a De mensen lopen elkaar een beetje in de weg.

b  $24 \cdot (10 - 4) = 144$  mp3-spelers

$25 \cdot (10 - 5) = 125$  mp3-spelers

$28 \cdot (10 - 8) = 56$  mp3-spelers

$n \cdot (10 - (n - 20))$  mp3-spelers

c  $n \cdot (10 - (n - 20)) = n \cdot (10 - n + 20) = n(30 - n)$

d  $25 \cdot (30 - 25) = 25 \cdot 5 = 125$  mp3-spelers

e  $n(30 - n) = 125$

$n = 5$ , want  $5 \cdot 25 = 125$  mp3-spelers

f  $n(30 - n) = 216$

g  $n(30 - n) = 216$

$n^2 - 30n + 216 = 0$

$(n - 12)(n - 18) = 0$

$n = 12$  of  $n = 18$

9  $x^2 + (x - 7)^2 = (x + 1)^2$

$x^2 + x^2 - 14x + 49 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 - 16x + 48 = 0$

$(x - 12)(x - 4) = 0$

$x = 12$  of  $x = 4$

Het antwoord  $x = 4$  voldoet niet, omdat de hoogte van de driehoek dan negatief is.

Antwoord  $x = 12$ .

10  $x^2 + (4 - x)^2 = 10$

$x^2 + 16 - 8x + x^2 = 10$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x = 3$  of  $x = 1$

$x$  is de afstand van een hoekpunt tot het dichtstbijzijnde hoekpunt van het grote vierkant, dus alleen  $x = 1$  voldoet.

11 Inhoud balk =  $2x \cdot x \cdot (x - 2) = 2x^3 - 4x^2$

Opp. balk =  $2 \cdot (2x^2 + x(x - 2) + 2x(x - 2))$

$= 2 \cdot (2x^2 + x^2 - 2x + 2x^2 - 4x)$

$= 10x^2 - 12x$

Vergelijking:

$2x^3 - 4x^2 = 10x^2 - 12x$

$2x^3 - 14x^2 + 12x = 0$

$x^3 - 7x^2 + 6x = 0$

$x(x^2 - 7x + 6) = 0$

$x(x - 6)(x - 1) = 0$

$x = 0$  of  $x = 6$  of  $x = 1$

De antwoorden  $x = 0$  en  $x = 1$  voldoen niet, want  $x - 2 > 0$ , dus  $x > 2$ .

Afmetingen van de balk: 12 bij 6 bij 4 eenheden.