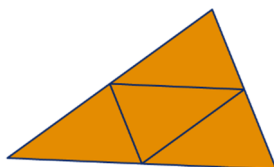


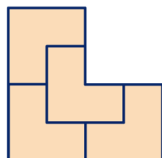
Hoofdstuk 15 GELIJKVORMIGHEID VWO

15.1 Vergroten en verkleinen

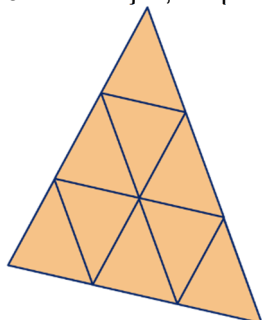
1 a



b



c 9 driehoekjes, zie plaatje:



2 a $30,5 : 22,9 \approx 1,33$ en $4 : 3 \approx 1,33$

b 12 bij 9 inch

c Een breedte van $\frac{17}{15} \cdot 30,5 \approx 34,57$ cm bij
bij een hoogte van $\frac{17}{15} \cdot 22,9 \approx 25,95$ cm.

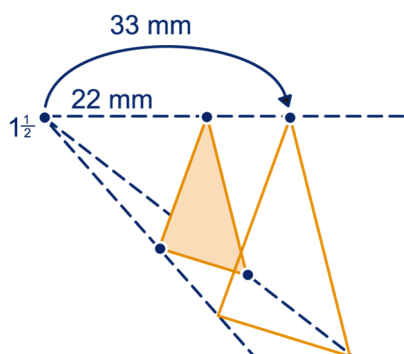
d $\frac{16}{9} \cdot 22,9 \approx 40,71$ cm breed

e $1\frac{1}{3}$ keer zo dik

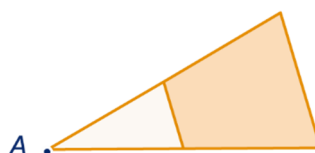
3 a Die van 24 bij 12.

b Die van 20 bij 30, die van 8 bij 12 en die van 18 bij 27.

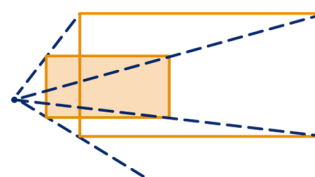
4 a



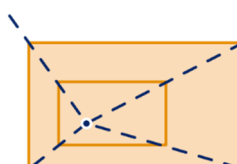
b



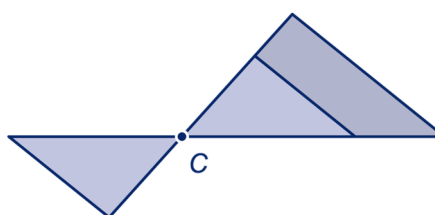
c



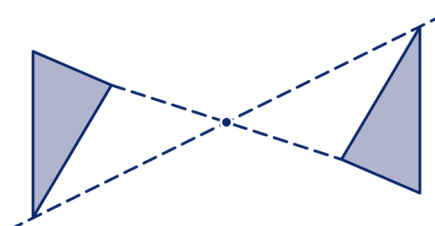
d



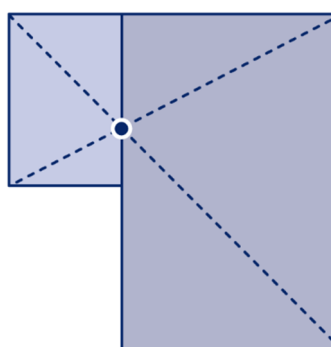
5 ab



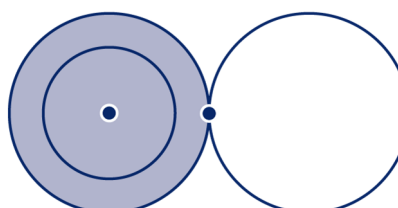
c



6 a



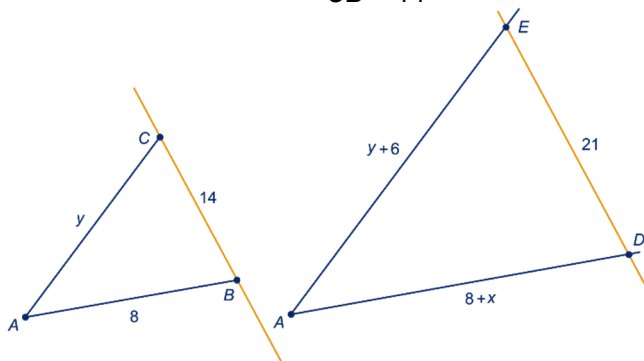
bc



7 a Vergrotingsfactor is $\frac{AC}{AB} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

b $2\frac{1}{2} \cdot DB = 2\frac{1}{2} \cdot 1,8 = 4,5$

8 a Vergrotingsfactor is $\frac{ED}{CB} = \frac{21}{14} = 1\frac{1}{2}$.



b $AD = 1\frac{1}{2} \cdot 8 = 12$

c $BD = 12 - 8 = 4$

d $y \cdot 1\frac{1}{2} = y + 6$

$1\frac{1}{2}y = y + 6$

$\frac{1}{2}y = 6$

$y = 12$

9 a $\frac{25}{20} = 1\frac{1}{4}$, dus de factor is $1\frac{1}{4}$.

b $x = 20 : 1\frac{1}{4} = 80 : 5 = 16$ en

$y = 1\frac{1}{4} \cdot 28 = 35$

10 a factor = $\frac{60}{60-15} = \frac{60}{45} = 1\frac{1}{3}$

b $DE = 56 : 1\frac{1}{3} = 168 : 4 = 42$ en

$CE = 52 : 1\frac{1}{3} = 156 : 4 = 39$

11 a factor = $\frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$

b factor = $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c $AB = 2\frac{1}{2} \cdot BD$

d $x = 6$

e $2\frac{1}{2} \cdot 5 = 5 + y$, dus $y = 7\frac{1}{2}$

12 a $\angle ABS = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$;
 $\angle ASB = 180^\circ - 23^\circ - 32^\circ = 125^\circ$;
 $\angle PCS = 23^\circ$; $\angle SPC = 32^\circ$ (Z-hoeken);
 $\angle CSP = 125^\circ$

b $AS : SC = BS : SP = AB : PC = 6 : 4 = 3 : 2$

13 Het snijpunt van QT en RS noemen we V. Driehoek RTV is gelijkvormig met driehoek PTQ met vergrotingsfactor $\frac{PQ}{RV} = \frac{36}{12} = 3$, dus

$x = RT = \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$ en $z = 2 \cdot 9 = 18$.

Driehoek RTV is gelijkvormig met driehoek

RUS met vergrotingsfactor $\frac{RU}{RT} = \frac{45}{9} = 5$,

dus $y = 5 \cdot 9 = 45$ en $w = 5 \cdot 12 - 12 = 48$.

14 Nee, want ze zijn even breed, maar niet even hoog.

15.2 GELIJKVORMIGE FIGUREN

15 a Ja.

b Ja.

c Nee.

d



16 a $\angle A = 180^\circ - 25^\circ - 20^\circ = 135^\circ = \angle P$
 $\angle R = 180^\circ - 135^\circ - 20^\circ = 25^\circ = \angle C$
 De driehoeken hebben dezelfde hoeken.

b $PQ = \frac{25}{45} \cdot 27 = 15$

c $x = \frac{50}{30} \cdot 27 = 45$ en $y = \frac{30}{50} \cdot 25 = 15$

17 a De schaduw is altijd $1\frac{1}{2}$ maal zo groot als zijn hoogte.

Hoogte boom is $21 : 1\frac{1}{2} = 14$ m.

b Schaduw lantaarnpaal is $7 \cdot 1\frac{1}{2} = 10,5$ m.

18 a Ze hebben beide een rechte hoek en beide hoek B.

b Bij BC: 15 en bij AB: $x + 10$

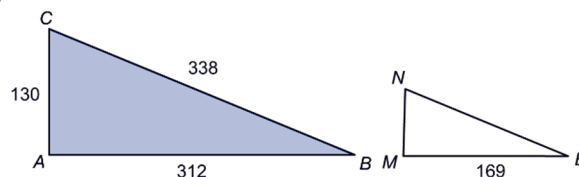
c Vergrotingsfactor is $\frac{BC}{BD} = \frac{15}{10} = 1\frac{1}{2}$

d $x + 10 = 1\frac{1}{2} \cdot 8 = 12$

$x = 2$

$y = 1\frac{1}{2} \cdot 6 = 9$

19



$MB = \frac{1}{2} \cdot 338 = 169$

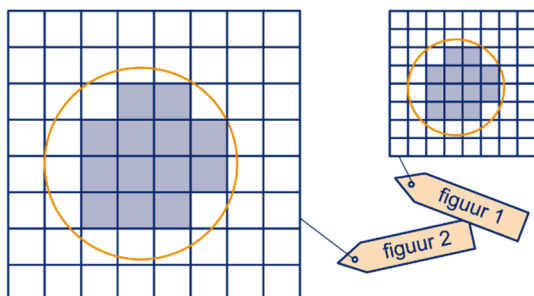
$MN = \frac{169}{312} \cdot 130 = 70\frac{5}{12}$

- 20 De grote driehoek die bovenin de rechthoek zit is gelijkvormig met de kleine driehoek die onderin de rechthoek zit. Aan de horizontale zijden zie je dat de factor 2 is. Dus verhouden de stukken waarin de diagonaal wordt verdeeld zich als 1 : 2.

15.3 OPPERVLAKE EN INHOUD

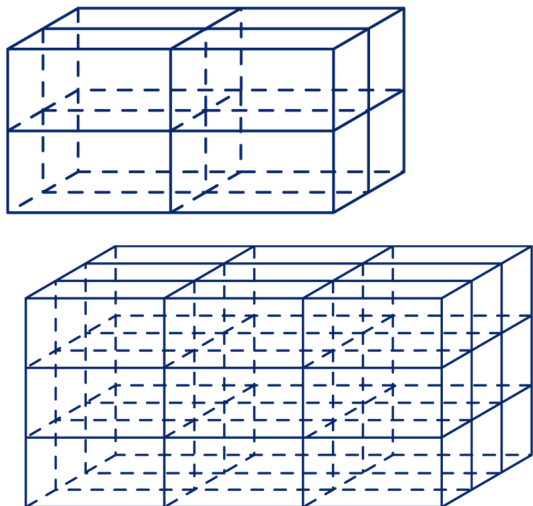
- 21 a 4 keer ; 9 keer
b Zie intro. 4 keer en 9 keer

22 ab



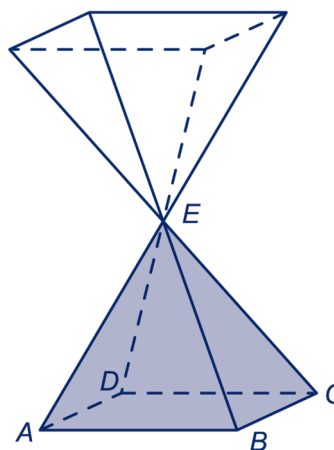
- c 4 keer
d 4 keer
e Je moet het rooster verfijnen, d.w.z. kleinere hokjes nemen.
- 23 De oppervlakte van de hele grote cirkel is $3^2 \cdot 7 = 63$.
De oppervlakte van het gebied dat nog gekleurd is $63 - 7 = 56$.
- 24 a Vermenigvuldigingsfactor is $1\frac{1}{2}$.

b

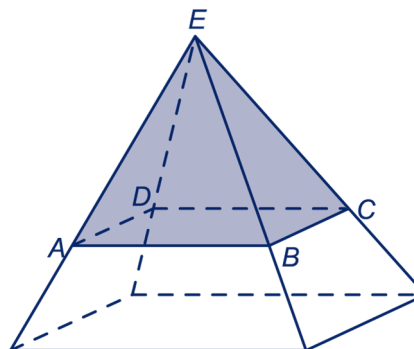


- c 8 keer en 27 keer
d $32 \cdot 2 = 64$ cm en $32 \cdot 3 = 96$ cm
e $36 \cdot 2^2 = 144$ cm² en $36 \cdot 3^2 = 324$ cm²

25 a

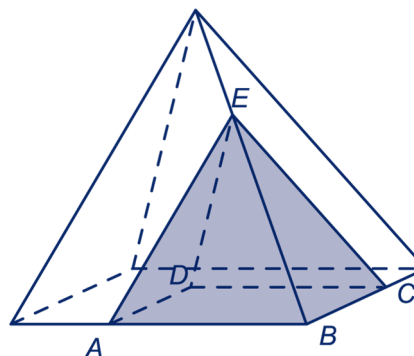


b



Met factor $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 = 3\frac{3}{8}$.

c



- 26 $1,2^3 = 1,728 < 2$, dus de vergrotingsfactor is groter dan 1,2.
 $1,3^3 = 2,197 > 2$, dus de vergrotingsfactor is kleiner dan 1,3.

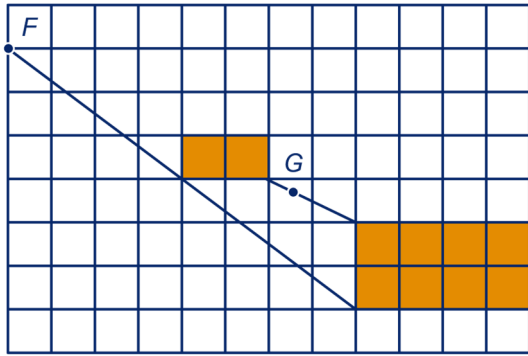
- 27 a factor = $\frac{230}{92} = 2,5$

- b Hoogte piramide Cheops is $2,5 \cdot 58$ meter.
c De kleinste weegt $125.000 \cdot 4 = 500.000$ ton.
d Piramide van Cheops weegt $2,5^3 \cdot 500.000 = 7.812.500$ ton

- 28 De kubus wordt dan met factor 10 vergroot.
De voorkant wordt dan met factor 10^2 vergroot en de inhoud met factor 10^3 .

SUPER OPGAVEN

6



De vergrotingsfactor is 2 of -2, want de afmetingen van de ene figuur zijn twee keer zo groot als die van de andere.

Als de vergrotingsfactor 2 is, dan is het centrum F en anders G , hierbij ligt G tussen de twee hoekpunten in de verhouding 1 : 2.

10 Driehoek PAQ is een vergroting van driehoek

SDQ met factor $\frac{AQ}{DQ} = 2$, dus $DS = 1\frac{1}{2}$ en

$$QS = 2\frac{1}{2}.$$

Driehoek PRB is een uitvergroting van driehoek DRS met factor $\frac{PB}{DS} = \frac{11}{1\frac{1}{2}} = \frac{22}{3}$,

$$\text{dus: } RS = \frac{3}{25} \cdot 7\frac{1}{2} = \frac{9}{10} \text{ en } QR = 1\frac{3}{5}.$$

$$DR = \frac{3}{25} \cdot 10 = 1\frac{1}{5}$$

11 a DE is $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ maal zo lang als CD , dus AB is ook $1\frac{1}{2}$ maal zo lang als AC .

Dus:

$$(x + 2) \cdot 1\frac{1}{2} = x + 5$$

$$1\frac{1}{2}x + 3 = x + 5$$

$$\frac{1}{2}x = 2$$

$$x = 4$$

b De vergrotingsfactor uit a is dus $\frac{AC}{DC} = \frac{6}{2} = 3$,
dus $BC = 4 \cdot 3 = 12$ en $y = 12 - 4 = 8$.

19 a Ze hebben twee gelijke hoeken,
 $\angle AFE = \angle BFD$ (overstaande hoeken) en
beide driehoeken hebben een rechte hoek.

b Met factor $\frac{AE}{BD} = 1\frac{1}{2}$.

c $AF = 1\frac{1}{2} \cdot 20 = 30$ en $DF = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12$

d Driehoek ADC is een vergroting van driehoek

AEF met factor $\frac{AD}{AE} = \frac{42}{24} = 1\frac{3}{4}$, dus:

$$DC = 1\frac{3}{4} \cdot 18 = 31\frac{1}{2}.$$

Driehoek BEC is een vergroting van driehoek

AEF met factor $\frac{BE}{AE} = \frac{38}{24} = 1\frac{7}{12}$, dus:

$$EC = 1\frac{7}{12} \cdot 18 = 28\frac{1}{2}.$$

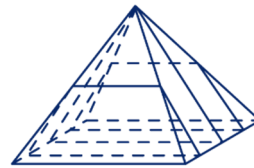
27 De hele kegel is een uitvergroting van het topje met factor 3, dus de inhoud van de hele kegel is $3^3 \cdot 10 = 270$.

De inhoud van de afgeknotte kegel is dan 260.

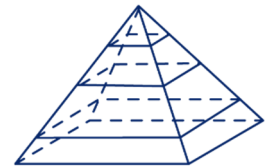
15.5 EXTRA OPGAVEN

1 a Nee, het zijn rechthoeken waarvan de hoogte steeds hetzelfde is en de breedte verandert.
b Ja, het zijn alle regelmatige driehoeken.

c



niet gelijkvormig



wel gelijkvormig

d Nee, want de lengtes zijn hetzelfde en de breedtes niet.

e Nee, de lengtes zijn hetzelfde en de andere afmetingen niet.

f 4 keer

2 a $\frac{9}{12} \cdot 4 = 3$ m ver.

b Als hij even steil staat moet hij $\frac{8}{12} \cdot 4 = 2\frac{2}{3}$ meter van de muur staan. Hij staat dichterbij de muur, dus staat hij steiler.

3 a $\frac{6}{8}$ deel, dus EB is $\frac{2}{8}$ deel.

De verhouding is dus 3 : 1.

b 6, 2, $1\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{4}$

4 a Driehoek ASE is een vergroting van driehoek FSC met factor 3. Dus $FS = \frac{1}{4} \cdot 6 = 1\frac{1}{2}$ en

$$SE = \frac{3}{4} \cdot 6 = 4\frac{1}{2}.$$

b oppervlakte $FSC = \frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot 3 = 2\frac{1}{4}$,

$$\text{oppervlakte } ASE = 9 \cdot 2\frac{1}{4} = 20\frac{1}{4},$$

$$\text{oppervlakte } ADC = 16 \cdot 2\frac{1}{4} = 36,$$

$$\text{oppervlakte } ASFD = 36 - 2\frac{1}{4} = 33\frac{3}{4} \text{ en}$$

$$\text{oppervlakte } EBCS = 72 - 36 - 20\frac{1}{4} = 15\frac{3}{4}.$$

5 a Driehoek ASB is een uitvergroting van

driehoek CSD met factor $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$.

De zijden van die driehoeken verhouden zich dan ook al 3 : 2.

b Ook $SF : SE = 3 : 2$, dus $SE = \frac{2}{5} \cdot 3 = 1\frac{1}{5}$.

- 6 a $ABCD$ is een uitvergroting van $EFGD$ met factor $\frac{AD}{DE} = 1\frac{1}{2}$, dus de oppervlakte van

$$ABCD = (1\frac{1}{2})^2 \cdot 7,82 = 17,595 \text{ cm}^2.$$

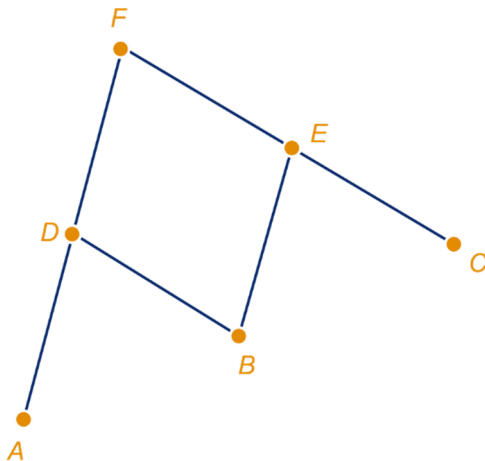
- b Een parallellogram wordt door een diagonaal in twee stukken met gelijke oppervlakte verdeeld, dus:

oppervlakte BAD = oppervlakte DBC en
 oppervlakte EFD = oppervlakte FGC , dus:
 oppervlakte BAD – oppervlakte EFD =
 oppervlakte DBC – oppervlakte FGC

Die oppervlakte is:

$$\frac{1}{2} \cdot (17,595 - 7,82) = 4,8875 \text{ cm}^2.$$

- 7 $DBFE$ is een ruit (vier gelijke zijden), dus DB is evenwijdig met FC . Omdat ook nog $FC = 2 \cdot DB$ is FC het beeldlijnstuk van lijnstuk DB bij vermenigvuldiging vanuit A met factor 2, dus is C het beeld van B bij vermenigvuldiging vanuit A met factor 2.



- 8 a Ja, want ze hebben alle hoeken gelijk.
 b Nee, in het algemeen niet, veronderstel dat je met een rechthoek van 3 bij 5 begint en je haalt er aan alle kanten een strook van 1 af, dan houdt je een rechthoek van 1 bij 3 over.

- 9 a Lengte is $1\frac{2}{3} \cdot 96 = 160 \text{ mm}$.

b $(1\frac{2}{3})^2 \cdot 18 = 50$ kleine paperclips

- c Gewicht grote paperclip is

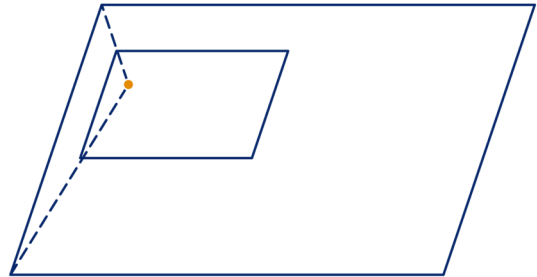
$$(1\frac{2}{3})^3 \cdot 0,54 = 2,5 \text{ gram}.$$

- 10 a 3 en 4 zijn onwaar, je kunt bijvoorbeeld het grondvlak gelijk houden en de hoogte veranderen.
 b Alle regelmatige veelvlakken zijn gelijkvormig.
 Alle regelmatige veelhoeken zijn gelijkvormig.

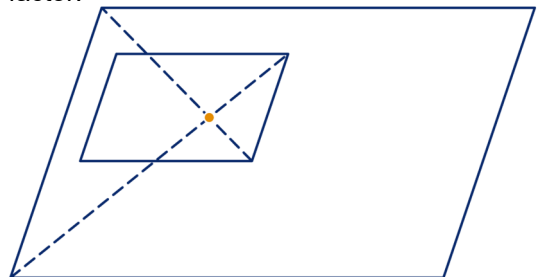
11 $AC = \frac{40}{16} \cdot 10 = 25$, dus $x = 25 - 10 = 15$.

$BC = \frac{40}{16} \cdot 20 = 50$, dus $y = 50 - 20 = 30$.

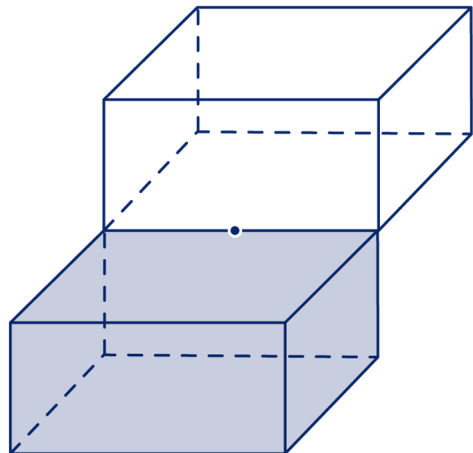
- 12 Bij vermenigvuldigen met een positieve factor:



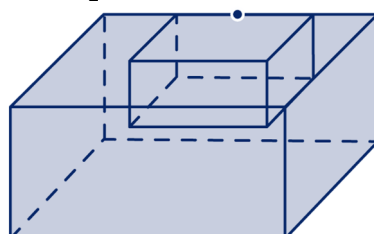
Bij vermenigvuldigen met een negatieve factor:



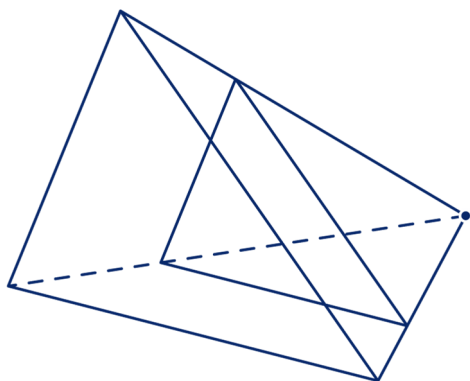
- 13 factor -1:



factor $\frac{1}{2}$:



14 a



b De inhoud is $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 = 3\frac{3}{8}$ keer zo groot.

15 b De hoeken zijn $3 \cdot 180^\circ : 5 = 108^\circ$.

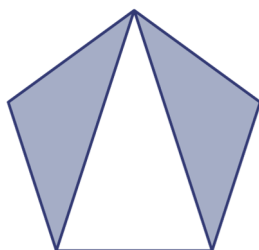
c 5 spiegellassen

d De orde is 5.

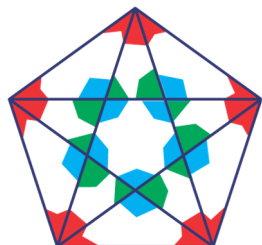
16 a De grijze driehoeken zijn gelijkbenig, de tophoek is 108° , de basishoeken zijn dan $\frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$.

De tophoek van de witte driehoek is $108^\circ - 2 \cdot 36^\circ = 36^\circ$ en

de basishoeken $\frac{1}{2}(180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$ enzovoort.

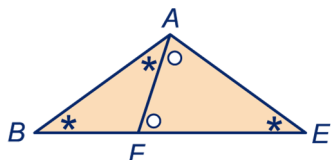


b



17 Met de scherphoekige 20 en met de stomphoekige 15.

18 a

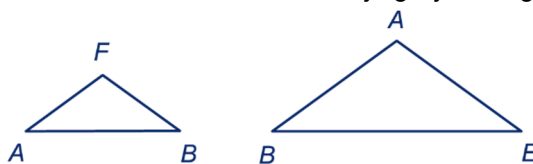


b Driehoek ABF heeft twee gelijke hoeken.

c Driehoek ABE heeft twee gelijke hoeken, dus $AB = AE$.

Driehoek AFE heeft twee gelijke hoeken, dus $AE = FE$.

d De driehoeken ABF en ABE zijn gelijkvormig.



$\frac{BF}{AE} = \frac{AB}{BE}$ is de verkleiningsfactor. In deze verhouding mag je AE en AB vervangen door FE volgens c.