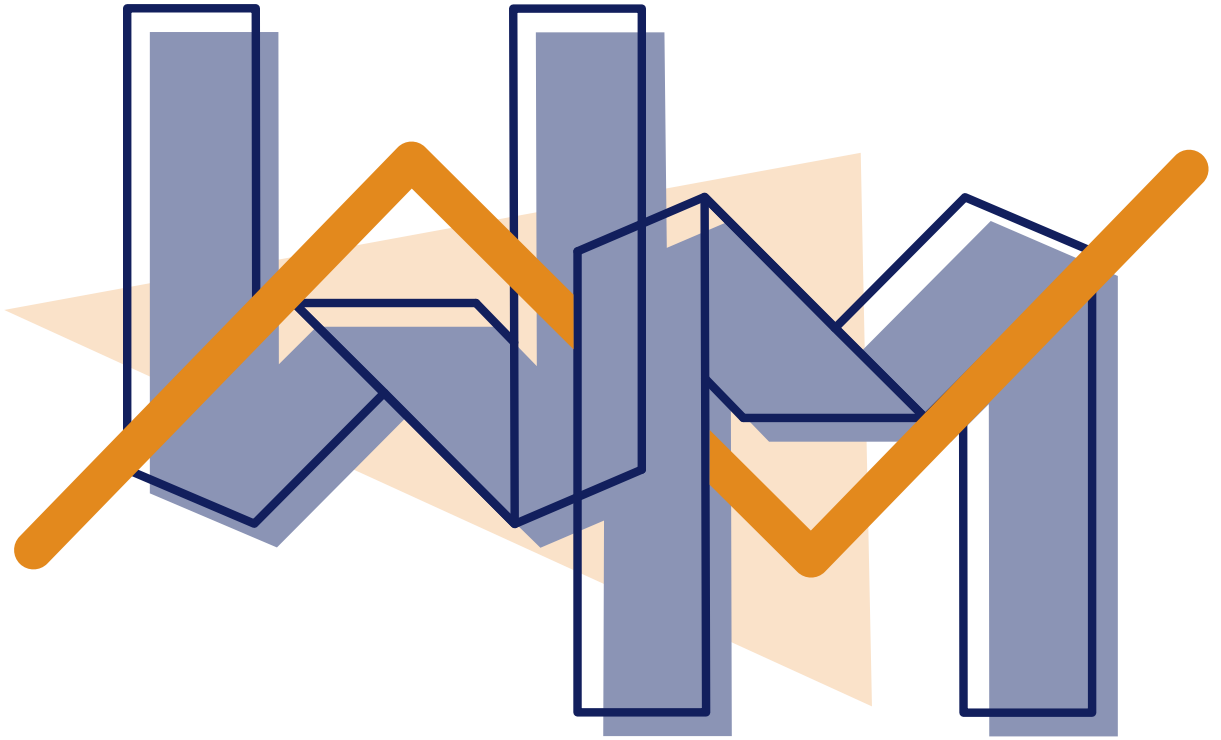
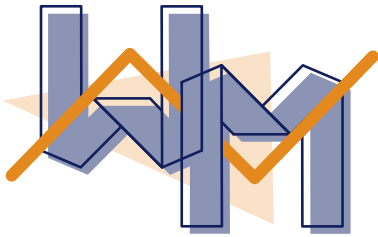




deel 2a havo

de **Wageningse** Methode



Copyright	© 2018 Stichting de Wageningse Methode
Auteurs	Rogier Bos, Leon van den Broek, Ton Geurtz, Maris van Haandel, Dolf van den Hombergh, Sander Muller, Aafke Piekaar, Henk Reuling, Daan van Smaalen
Homepage	www.wageningse-methode.nl
ISBN	01234567890-0-0
Illustraties	Wilson Design Uden
Distributie	Iddink Voortgezet Onderwijs BV, Postbus 14, 6710 BA Ede

Niets uit deze uitgave mag verveelvuldigd en/of openbaar gemaakt worden door middel van druk, fotokopie, microfilm of op elke andere wijze ook, zonder voorafgaande toestemming van de houder van het copyright.

Inhoudsopgave

14	Vergelijkingen pilot	3
14.1	Intro	4
14.2	Wat is het getal x ?	6
14.3	De balansmethode	7
14.4	Distributiewet bij vergelijkingen	10
14.5	Vergelijkingen met breuken	14
14.6	Vergelijkingen bij meetkunde	18
14.7	Gemengde opgaven	20
14.8	Eindpunt	26
14.9	Extra opgaven	28
14.10	Rekenteknik: Rekenen met breuken.	35
14	Vergelijkingen	39
14.1	Intro	40
14.2	Wat is het getal x ?	41
14.3	De weegschaalmethode	42
14.4	Vergelijkingen en grafieken	45
14.5	Meer vergelijkingen	49
14.6	Vergelijkingen opstellen	52
14.7	Balansen	57
14.8	Eindpunt	59
14.9	Extra opgaven	61
Hints		65
14	Vergelijkingen pilot	65
14	Vergelijkingen	65
Index		66



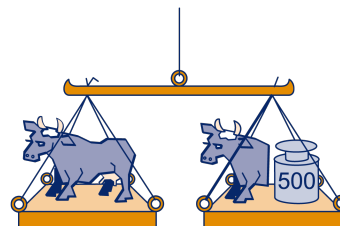


14.1 Intro

Je krijgt een aantal puzzels. Probeer maar of je het antwoord kunt vinden. Het is niet erg als je niet elke puzzel op kunt lossen.

1

Een koe weegt 500 pond plus de helft van haar eigen gewicht. Wat weegt de koe?



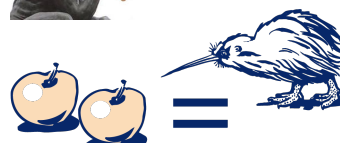
2

Een honkbalknuppel en een bal samen kosten €11. De knuppel is €10,— duurder dan de bal. Wat kost de bal?



3

Twee appels kosten net zo veel als één kiwi. Zes kiwi's en acht appels kosten samen €5,—. Wat kost een appel en wat kost een kiwi?



4



In de kamer zijn honden en katten. Er zijn twee keer zoveel kattenpoten als hondenneuzen. Hoeveel honden zijn er in de kamer? Kies uit de volgende mogelijkheden.



- a. Een zesde keer zoveel als katten
- b. Vier keer zoveel als katten
- c. Twee keer zoveel als katten
- d. Evenveel als katten
- e. Half zoveel als katten

bron kangoeroe

5

Ton is één jaar jonger dan Janneke en elf jaar ouder dan Gerd. Samen zijn ze 92 jaar. Hoe oud is ieder?

6

Johan moet pakken papier van 25 kg van de begane grond naar de zevende verdieping brengen. Hij neemt hiervoor de lift en ziet in de lift een bordje hangen (zie figuur hiernaast).

Op het bord is aangegeven hoeveel gewicht de lift maximaal aan kan (maximale laadvermogen).

Johan zet 20 pakken papier in de lift.

Denk je dat de lift het gewicht van de pakken en van Johan aan kan? Leg je antwoord uit.



In de voorgaande opgaven hierboven wordt steeds naar een getal gevraagd. Dit kun je vinden door proberen.

In dit hoofdstuk leer je dit getal systematisch te vinden.

Je stelt aan de hand van de gegevens een vergelijking op. Vervolgens los je die vergelijking op.

14.1 Intro

Algebra is het vakgebied binnen wiskunde dat zich onder andere bezig houdt met het opstellen van en oplossen van vergelijkingen. Het is een veralgemenisering van rekenen.



Simon Stevin (1548 - 1620)

Vroeger (en nu ook nog wel) begon men met de zin "Stel dat getal is x ; dan geldt: ...". Daarom stelde Simon Stevin voor in plaats van het vreemde woord "algebra" voortaan "stelkunde" te gebuiken. Dat voorstel is in Nederland niet overgenomen. Stevin heeft wel vaker voorgesteld vreemde woorden te vervangen door zuiver Nederlandse woorden, want - zo redeneerde hij - dan kan het volk beter begrijpen wat er bedoeld wordt. Zo danken we aan hem het woord "wiskunde" (in plaats van "mathematica"), het woord "meetkunde" (in plaats van "geometrie"), het woord "driehoek" (in plaats van "triangel") en het woord "omtrek" (in plaats van "perimeter").



14.2 Wat is het getal x ?

Kun jij het getal x vinden waarvoor geldt:

$$3x - 5 = 100?$$



De regel hierboven noemen we een **vergelijking** in x . De uitdrukking $3x - 5$ links van het $=$ -teken noemen we het **linkerlid** van de vergelijking en de uitdrukking rechts van het $=$ -teken noemen we het **rechterlid**. De getallen x bepalen waarvoor de vergelijking juist is, noemen we: de vergelijking **oplossen**.

Dit hoofdstuk gaat over het oplossen van vergelijkingen.



Voorbeeld

Er is maar één getal x waarvoor geldt dat $3x - 5 = 100$. Je kunt dat getal vinden met de volgende redenering.

- Als je 5 van $3x$ aftrekt, moet er 100 uitkomen. Dus moet $3x$ wel 105 zijn.
- Als je x met 3 vermenigvuldigt, moet er 105 uitkomen. Dus moet x wel 35 zijn.

7

Probeer uit te vinden welk getal x is.

$$x + 37 = 61$$

$$4x = 30$$

$$2x + 5 = 33$$

$$6x - 13 = 29$$

$$15 - 2x = 7$$

$$5(1 + x) = 40$$

8

name:
opti-
onal
file:
opti-

Ook bij de volgende vragen kun je beredeneren welk getal x is.

$$3x + 5 = 2x + 5$$

$$3(x + 5) = 2(x + 5)$$

$$x - 5 = 5 - x$$

9

te:
un-
known

Los de volgende vergelijkingen op.

$$x^2 = 1 \text{ (meer dan één oplossing)}$$

$$x^2 = -1$$

$$5 - x = 100$$

$$5x = 100$$

$$3x = -5$$

$$\frac{1}{2}x = 7$$

14.3 De balansmethode

10

Johan moet pakken papier van 25 kg van de begane grond naar de zevende verdieping brengen.

De lift heeft een "maximum laadvermogen".

a Wat betekent dat?

Als Johan 20 pakken papier in de lift heeft gezet, komt Paul eraan, die wil ook naar boven. Samen met Johan stapt hij in de lift en het lampje VOL gaat branden. Dat betekent dat de lift het gewicht van de twee heren plus de 20 pakken papier precies aankan.

Op het bord dat in de lift hangt is aangegeven hoeveel gewicht de lift maximaal aankan. De maker van het bordje gaat uit van een bepaald gemiddeld gewicht per persoon. Neem aan dat Johan en Paul van dat gemiddelde gewicht zijn.

b Probeer met bovenstaande gegevens uit te zoeken van welk gemiddelde gewicht op het bordje is uitgegaan. Schrijf op hoe je je antwoord hebt gevonden. Lukt het niet, bekijk dan de volgende opgave.



MAXIMUM
6 personen
en 200 kg
goederen

11

De oplossing van het probleem in de vorige opgave kun je ook opschrijven met behulp van een variabele. Het gemiddelde gewicht van een persoon noemen we x (in kg).

Het gewicht van Johan, Paul en de twintig pakken papier is samen $2x + 500$.

Druk nu zelf het maximale gewicht van de lift (zoals omschreven op het bordje) uitdrukken in x ?

Het getal x dat je in de vorige opgave moets berekenen noemen we in de wiskunde ook wel een *onbekende*.

In de voorgaande opgaven heb je gezien dat Johan, Paul en de twintig pakken papier wegen samen evenveel als de zes personen en 200 kg goederen.

Dit kan je met variabelen opschrijven als $6x + 200 = 2x + 500$.

12

14.3 De balansmethode

De vergelijking kun je oplossen met behulp van de balansmethode. Bekijk figuur 1.

Links op de balans staan Johan en Paul (elk met gewicht x kg) samen met de 20 pakken papier (totaalgewicht 500 kg). Aan de rechterkant staan 6 personen (elk met gewicht x kg) en 200 kg goederen. De balans is in evenwicht. De vergelijking erbij luidt: $2x + 500 = 6x + 200$. Aan beide kanten van de balans halen we nu 200 kg weg.

Dan blijft de balans uiteraard in evenwicht.

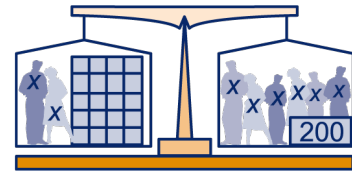
a Welke vergelijking hoort bij figuur 2?

Vervolgens halen we aan beide kanten van de balans twee personen weg. Ook dan blijft de balans in evenwicht (omdat alle personen even zwaar zijn).

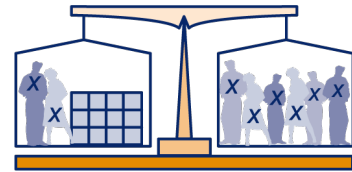
b Welke vergelijking hoort bij figuur 3?

c Welk getal stelt x voor?

d Wat weegt dus één persoon gemiddeld?



figuur 1



figuur 2



figuur 3

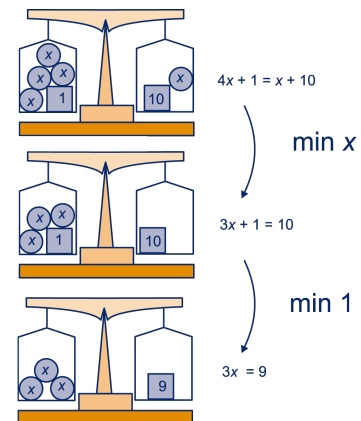
Veel vergelijkingen kun je oplossen met behulp van de balansmethode. Als voorbeeld nemen we de vergelijking $4x + 1 = x + 10$. Kijk goed hoe het werkt.

In twee stappen wordt de vergelijking teruggebracht tot een wel heel eenvoudige: $3x = 9$.

Door beide leden te delen door 3 vind je: $x = 3$.

Het is verstandig een oplossing die je gevonden hebt achteraf te controleren in de oorspronkelijke vergelijking. Als volgt:

- Als $x = 3$, dan is het linkerlid $4 \cdot 3 + 1 = 13$.
- Als $x = 3$, dan is het rechterlid $3 + 10 = 13$.
- Inderdaad zijn de twee leden gelijk, als $x = 3$. Je hebt dus het goede antwoord gevonden!



Om het onbekende gewicht op een balans te vinden, doe je steeds twee dingen:

- je haalt van beide schalen hetzelfde gewicht af (of doet het erbij),
- je neemt van beide schalen hetzelfde deel.

Zonder balans komt dat hier op neer:

- je trekt van beide leden hetzelfde getal af (of telt het erbij op),
- je deelt beide leden door hetzelfde getal (of vermenigvuldigt ze ermee).

14.3 De balansmethode



Voorbeeld

Een voorbeeld zonder balans

Controleer het antwoord:

- als $a = 4$, dan is het linkerlid $5 \cdot 4 + 9 = 29$
- als $a = 4$, dan is het rechterlid $3 \cdot 4 + 17 = 29$

13

- a Los de volgende vergelijkingen op, net als in het voorbeeld.

Controleer ook je antwoord.

$$4x + 10 = 20 + 2x$$

$$3y + 660 = 7y + 36$$

$$7t + 10 = 15t + 9$$

$$b + 6 = 8b + 1$$

$$2p + 9 = 5p$$

$$7x + 15 = 5x + 11$$

- b Bij de laatste vergelijking kun je eigenlijk geen balans tekenen. Waarom niet?

Bij de laatste vergelijking $7x + 15 = 5x + 11$ kun je geen balans tekenen omdat je geen negatieve waarden kan uitbeelden. Toch kan je met de 'balansmethode' een dergelijke vergelijking oplossen.

14



Een ballon blijft net zweven als er een mandje met 8 kg onder hangt. Twee van deze ballonnen blijven net zweven als hetzelfde mandje met 18 kg er onder hangt. Zie ook de figuur hiernaast. Bereken hoeveel kg het mandje weegt.

bron kangoeroewedstrijd

14



In een andere lift kunnen 12 volwassenen óf 20 kinderen. Er staan nu 9 volwassenen in de lift.

Hoeveel kinderen kunnen er nog bij in de lift?

bron kangoeroewedstrijd

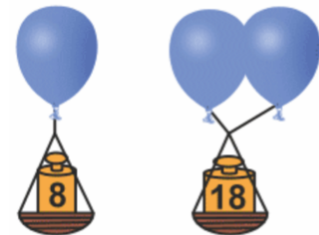
15



Bij een bezoek aan de dierentuin bewonderde ik de kamelen en de emo's.

Als ik in totaal 35 koppen en 94 poten zag, hoeveel kamelen en emo's heb ik dan gezien?

bron: Het grote breinbreker boek



14.4 Distributiewet bij vergelijkingen

“Als ik in totaal 35 koppen en 94 poten zag, hoeveel kamelen en emo's heb ik dan gezien?”

Wellicht is het je gelukt om opgave 15 al puzzelend op te lossen. Maar ook deze opgave is op te lossen door een vergelijking op te stellen.”

Noem het aantal kamelen x .

Omdat er in totaal 35 koppen zijn betekent dit dat er dus $35 - x$ emo's zijn.

Het totale aantal poten is uit te drukken in x door $4x + 2(35 - x)$, want een kameel heeft 4 poten en een emo 2 poten.

De vergelijking die hieruit volgt is dus $4x + 2(35 - x) = 94$.

Om deze verder op te kunnen lossen herhalen we eerst een stukje theorie over de distributiewet.



De distributiewet

Volgens de distributiewetten geldt:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

In onze vergelijking wordt het deel $2(35 - x)$ dus $70 - 2x$.

Verder oplossen levert:

$$4x + 70 - 2x = 94$$

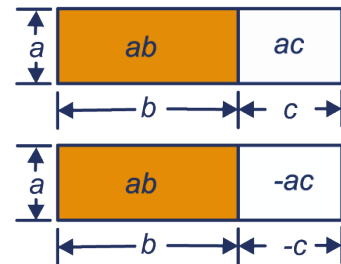
$$2x + 70 = 94$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

Het aantal kamelen is dus 12. Dan is het aantal emo's dus $35 - 12 = 23$.

We oefenen eerst wat met de distributiewet en passen deze vervolgens toe in de opgaven.



16

Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$3(4 - 6x)$$

$$-4(2x - 5)$$

$$\frac{2}{3}(6 - 15x)$$

$$-4 + 7x - 6 - 4x + 2$$

$$3(-4x - 8) - 10 + 5(2x - 3)$$

17

Los op en controleer je antwoord.

$$3y + 2 = y - 24$$

$$2t - 1 = 7 - t$$

$$3(x + 6) = x - 20$$

$$2(y - 5) = 3(y - 6)$$

$$3(x + 4) = 4(x + 3)$$

$$3(1 + f) = f - 2$$

14.4 Distributiewet bij vergelijkingen

18

Karel neemt een getal in gedachten. Hij vermindert dit getal met 3. Dan vermenigvuldigt hij de uitkomst met 4. Daarna telt hij 5 op bij de nieuwe uitkomst. De laatste uitkomst is tweemaal zo groot als het getal waarmee hij begon.

Noem het getal dat Karel in gedachten heeft genomen x .

Stel een vergelijking op voor x en los die op.

19

Over drie jaar is Anne twee keer zo oud als ze vijf jaar geleden was.

Noem de leeftijd van Anne op dit moment x .

- Hoe oud is Anne dan over drie jaar? En hoe oud was ze vijf jaar geleden?
- Stel een vergelijking op voor x en los die op.

20

name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

Ian Watkins, een Australische boer, heeft op zijn farm alleen kippen en schapen. In totaal telt hij 49 dieren en 140 poten.

Noem het aantal kippen k .

- Hoeveel schapen heeft hij? Druk je antwoord uit in k .
- Hoeveel poten telt hij? Druk je antwoord uit in k .
- Hoeveel kippen en hoeveel schapen heeft de boer? Stel een vergelijking op voor k en los deze vergelijking op.

21

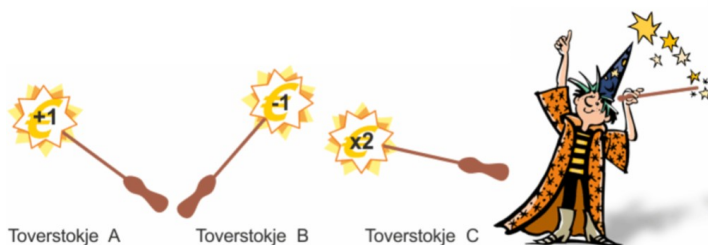


Boris heeft een hoeveelheid geld en 3 toverstokjes die hij één keer moet gebruiken.

Toverstokje A telt 1 euro op bij het bedrag.

Toverstokje B trekt 1 euro af van het bedrag.

Toverstokje C verdubbelt het bedrag.



In welke volgorde moet Boris deze toverstokjes gebruiken om een zo groot mogelijk bedrag te krijgen?

kangoeroe

21

Van een getal is bekend dat het een veelvoud is van 6.

Laat dan zien dat 3 maal dat (getal + 2) ook een veelvoud van 6 is.

14.4 Distributiewet bij vergelijkingen

22



Daan heeft een negatief geheel getal opgeschreven.

Sophie telt er 1 bij op.

Anna vermenigvuldigt het getal van Daan met -2 .

Lisa vermenigvuldigt het getal van Daan eerst met 6 en telt bij het antwoord nog 2 op.

Wie van de meisjes krijgt het grootste getal?

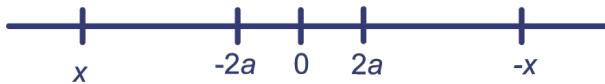


Hint 1.

In de vorige opgave reken je met een negatieve variabele.

Op de getallenlijn zijn de getallen x , $-x$, $2a$, $-2a$ en 0 aangegeven.

x en $-x$, $2a$ en $-2a$ zijn elkaars tegengestelden.



Hier zijn x en $-2a$ negatief, $2a$ en $-x$ zijn positief.

23



name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

Op de getallenlijn zijn, behalve 0, nog twee getallen x en y aangegeven.



- Teken de getallenlijn over en geef de getallen $-x$, $-y$, $x - y$ en $y - x$ aan op de getallenlijn.
- Welk getal is het grootst, $-x$ of x ?
- Welk getal is het grootst, $y - x$ of y ?

14.5 Vergelijkingen met breuken

24

Jan eet twee keer zoveel als Piet. Samen eten ze 2 hele pizza's. Hoeveel heeft ieder gegeten?



Hint 2.

Niet elke vergelijking heeft als antwoord een geheel getal. In deze paragraaf gaan we rekenen met breuken. We beginnen met een herhaling.



Als je breuken bij elkaar optelt of van elkaar aftrekt, moet je er voor zorgen dat de noemers gelijk zijn.



Als je breuken vermenigvuldigt, vermenigvuldig je de tellers met elkaar en de noemers met elkaar.

In wiskundetaal: $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$.

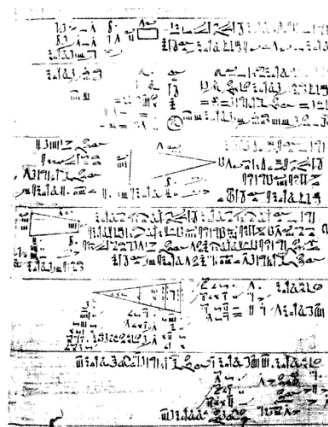
Als je wilt oefenen in het rekenen met breuken, maak je de **Re-kentechniek**



De Rhind-papyrus (2000-1550 v. Chr) is een van de oudste wiskundige geschriften op de wereld. Uit dit papier weten we bijvoorbeeld dat de Egyptenaren alle breuken (met uitzondering $\frac{2}{3}$) uitdrukten als som van verschillende stambreuken. Stambreuken zijn breuken met teller 1.

Zo schreven ze $\frac{2}{9}$ als $\frac{1}{6} + \frac{1}{18}$.

En $\frac{8}{11}$ als $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{22} + \frac{1}{66}$.



25

name:
opti-

Hoe denk jij dat een Egyptenaar de breuk $\frac{5}{6}$ op zou schrijven? En $\frac{2}{3}$?

26

opti-
onal
sta-
te:
un-
known

a Bereken (de eerste is al als voorbeeld gedaan, x is een variabele).

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{3}$$

$$5 \cdot \frac{13}{5}$$

$$5 \cdot \frac{x}{5}$$

$$3 \cdot \frac{2}{3}x$$

$$\frac{5}{7}x \cdot 7$$

b Neem over in je schrift en vul in.

$$\dots \cdot \frac{3}{7} = 3$$

$$9 \cdot \dots = 4$$

$$\dots \cdot \frac{6}{x} = 6$$

$$5 \cdot \dots = x$$

14.5 Vergelijkingen met breuken

$$\frac{5}{x+2} \cdot \dots = 5$$

Systematisch oplossen

We gaan nu vergelijkingen oplossen die ingewikkelder zijn omdat er breuken in voorkomen.

Hierbij is flink wat gerekend met breuken. Het kan allemaal eenvoudiger als je meteen de breuken wegwerkt. Dat doe je door te vermenigvuldigen met de noemers! Als volgt:

Om de noemers weg te werken hebben we vermenigvuldigd met 3 en daarna nog eens met 2. Dat had ook in één keer gekund door te vermenigvuldigen met 6.

27

We gaan de vergelijking $4 + \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x + 3$ oplossen.

- Met welk getal moet je vermenigvuldigen om in één klap de breuken weg te krijgen?
- Los de vergelijking op. Controleer ook je antwoord.

28

Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord. Bedenk goed met welk getal je moet vermenigvuldigen om in één klap alle breuken weg te krijgen.

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{5}x - 1 & \frac{f}{3} = 4 - f \\ -\frac{5}{8}x - 2\frac{2}{3} = \frac{1}{2}x + 6\frac{1}{3} & \frac{t-6}{t} = 3 \\ 0,3y - 1 = 3 - 0,1y & \frac{5}{p+1} = 4 \end{array}$$

28

Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord.

$$\begin{array}{ll} \frac{5}{x} + 2 = -\frac{5}{2x} + 5 & \frac{3x-8}{7} = \frac{2}{7}x - 1 \\ \frac{-7}{2x+1} = -2\frac{4}{5} & \frac{x}{x+1} = 1 - \frac{5}{x} \end{array}$$

In de volgende vergelijkingen komen haakjes en breuken voor. Je kunt dat soort vergelijkingen oplossen door het volgende schema te volgen.

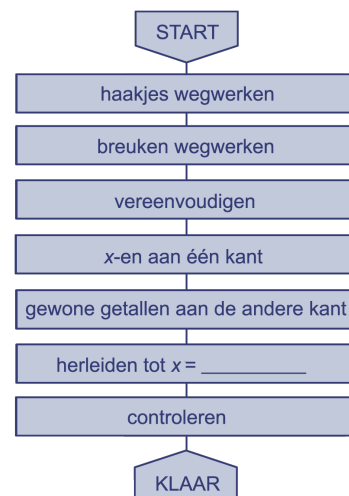
Voorbeeld

Controleren:

$$\frac{1}{3}(x - 4) + 3x = \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2} - 4\right) + 3 \cdot -\frac{1}{2} = -3$$

$$2\left(x + \frac{1}{2}\right) - 3 = 2\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - 3 = -3$$

Conclusie: als $x = -\frac{1}{2}$, dan is het linkerlid gelijk aan het rechterlid.



14.5 Vergelijkingen met breuken

29

Los de volgende vergelijkingen op.

$$2\left(x + \frac{1}{5}\right) + x = 6 - x$$

$$2(x + 4) + 3(x - 5) = -17$$

$$5 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}(x + 2)$$

$$\frac{5}{7}(x - 5) = \frac{2}{3}(2x + 27) - 81$$

$$\frac{12-x}{x} = -3$$

30

Janneke wil de vergelijking $\frac{2}{3}(x + 5) = \frac{1}{2}(9 - x) + 7$ oplossen zonder eerst de haakjes weg te werken. Ze vermenigvuldigt beide kanten van de vergelijking met 6. De vergelijking wordt dan volgens haar: $4(6x + 30) = 3(54 - 6x) + 42$.

a Los die vergelijking op.

b Controleer het antwoord in de vergelijking

$$\frac{2}{3}(x + 5) = \frac{1}{2}(9 - x) + 7.$$

Zoals je ziet klopt je antwoord niet in de oorspronkelijke vergelijking die Janneke wilde oplossen.

c Wat heeft Janneke verkeerd gedaan?

31

Een koe weegt 500 pond plus de helft van haar eigen gewicht. Wat weegt de koe?

Noem het gewicht, in pond, van de koe x .

Stel een vergelijking op voor x en los die op.

32

14.5 Vergelijkingen met breuken

Het raadsel van Diophantus.

Diophantus jeugd duurde $\frac{1}{6}$ deel van zijn leven. Hij kreeg een baard nadat nog eens $\frac{1}{12}$ deel van zijn leven was verstreken. Na nog eens $\frac{1}{7}$ deel van zijn leven ging hij trouwen. Vijf jaar later kreeg hij een zoon. De zoon werd precies half zo oud als zijn vader. Diophantus stierf vier jaar na de dood van zijn zoon. Noem het aantal jaren dat Diophantus heeft geleefd x . Stel een vergelijking op voor x en bereken x .



Hint 3.



Diophantus (200-284 n.Chr.) wordt ook wel de ‘vader van de algebra’ genoemd. Hij was de eerste Griekse wiskundige die breuken als getallen erkende. Ook introduceerde hij het consequent gebruiken van kleine letters voor onbekende waarden en constanten.

Een diophantische vergelijking die naar hem is benoemd, is een vergelijking met minimaal twee geheeltallige onbekenden. Een voorbeeld hiervan is de stelling van Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$, waarbij gezocht wordt naar gehele lengten voor de zijden a , b en c .

33



Een Arabier laat per testament aan zijn drie zonen 17 kamelen na; de oudste krijgt de helft, de tweede krijgt het derde deel en de jongste krijgt het negende deel.

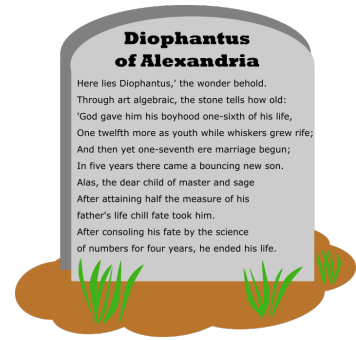
a Laat zien dat de erfenis zo niet helemaal verdeeld wordt.

In het stripverhaal wordt het probleem opgelost door een kameel te lenen. Dus door 18 kamelen te verdelen in plaats van 17.

b Hoeveel kamelen krijgt ieder dan?

Van de 18 kamelen blijft er dus 1 over. Die wordt terug gegeven. Op die manier worden de 17 kamelen verdeeld en blijft er niets over.

c Hoeveel krijgt ieder meer dan vader in zijn testament had staan?



14.5 Vergelijkingen met breuken



14.6 Vergelijkingen bij meetkunde

Hoeken berekenen

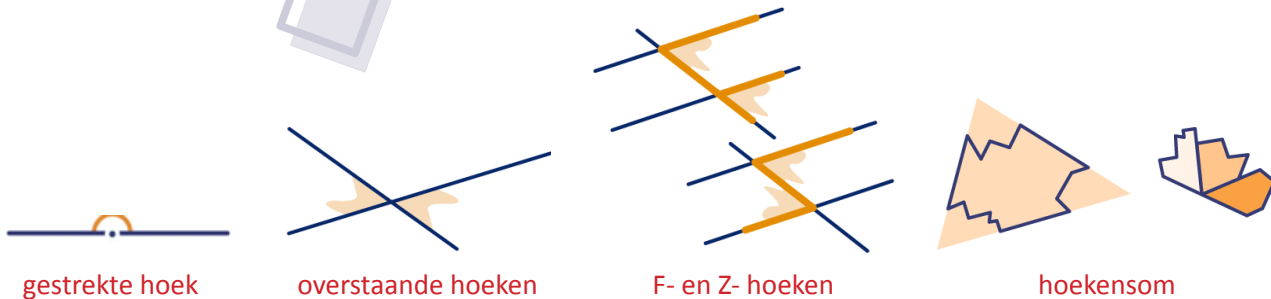
Het volgende heb je in brugklashoofdstuk 8 *Hoeken* gezien.

Een **gestrekte** hoek is 180° .

Overstaande hoeken zijn even groot.

Bij twee evenwijdige lijnen die gesneden worden door een derde lijn zijn **F-hoeken** en **Z-hoeken** even groot.

De hoekensom van een driehoek is 180° .



34

- a Bereken de hoeken van een regelmatige driehoek.
- b Bereken de hoeken van een rechthoekige gelijkbenige driehoek.

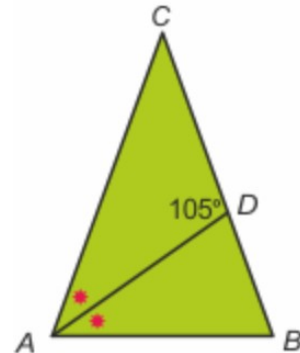
35

Driehoek ABC is gelijkbenig met $AC = BC$. Verder is AD bissectrice (deellijn) van hoek CAB en $\angle ADC = 105^\circ$.

Noem de grootte van $\angle CAD$: x .

Stel een vergelijking op voor x en bereken daarmee $\angle CAB$.

Hint 4.



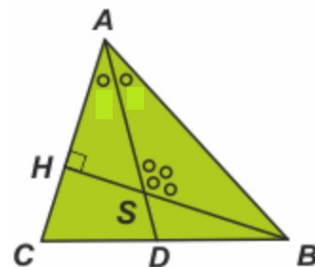
36

In driehoek ABC staat BH loodrecht op AC en is AD de bissectrice (deellijn) van $\angle CAB$.

$\angle BSA$ is vier keer zo groot als $\angle ASB$, zie figuur.

Hoe groot zijn $\angle CAD$ en $\angle BAD$ samen?

Hint 5.



lengtes en oppervlaktes berekenen

14.6 Vergelijkingen bij meetkunde

37

Gegeven een rechthoek met zijden van lengte 4 cm en x cm. De zijde van lengte x cm wordt met 2 cm ingekort en de andere zijde met 2 cm verlengd. De oppervlakte van de rechthoek is nu 4 cm^2 groter geworden.

Stel een vergelijking in x op en bereken x .

38

Gegeven een touw van lengte 60 cm.

Ton legt een rechthoek met het touw, waarbij hij de lengte 4 cm langer laat zijn dan de breedte.

We noemen de breedte x cm.

a Stel een vergelijking op en bereken x .

Daan legt een rechthoek met het touw, waarbij hij de lengte 4 keer zo lang laat zijn als de breedte.

b Stel een vergelijking op en bereken x .

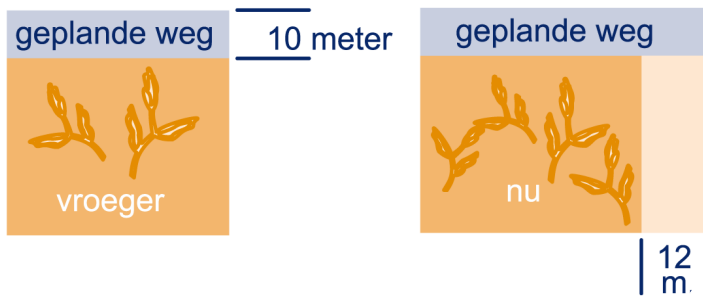
39

Boer Berends heeft een vierkante akker. Langs die akker komt een weg. Daarom moet hij aan de noordkant een strook van 10 meter breed afstaan.

Van de gemeente krijgt hij er aan de oostkant een andere strook voor in de plaats. Die strook heeft een breedte van 12 meter.

De oppervlakte van de strook die Berends moet afstaan is net zo groot als de oppervlakte van de strook die hij terugkrijgt.

Uit deze gegevens kunnen we de afmetingen van de vierkante akker van Berends berekenen. De breedte van de vierkante akker noemen we x .



Stel een vergelijking op voor x en los hem op.

14.7 Gemengde opgaven

40

Een man at zestig druiven in drie dagen. Elke dag at hij er acht meer dan de dag ervoor. Hoeveel druiven at de man de eerste dag?

Noem het aantal druiven dat hij de eerste dag at d .

- a Hoeveel druiven at de man de tweede dag (uitgedrukt in d)? En de derde dag?
- b Stel een vergelijking op voor d en los die op.
- c Hoeveel druiven at de man op dag één? En op dag twee? En op dag drie?

41

Twee appels kosten net zo veel als één kiwi. Zes kiwi's en acht appels kosten samen €5,–. Wat kost een appel en wat kost een kiwi?

Noem de prijs, in euro, van een appel a .

- a Wat is dan de prijs van een kiwi (uitgedrukt in a)?
- b Stel een vergelijking op voor a en los die op.
- c Wat kost een appel? En een kiwi?

40

De heer Frank gaat een muurtje bouwen. Zijn buurjongens Henk en Fred helpen met stenen sjouwen. 's Morgens sjouwt Henk drie keer zoveel stenen als Fred. 's Middags sjouwt Henk nog 58 stenen en Fred nog 12. Samen hebben ze op die dag 410 stenen versjouwd.

Het aantal stenen dat Fred 's morgens versjouwd heeft noemen we x .

Stel een vergelijking op voor x en bereken hieruit hoeveel stenen Fred in totaal versjouwd heeft.

41

Op het verjaardagsfeestje van Wendy zijn er voor ieder kind zes glaasjes fris. Onverwacht komen er ook nog drie nichtjes binnen. Nu zijn er nog vijf glaasjes fris voor ieder kind.

Hoeveel kinderen waren er op het feestje voordat de nichtjes binnenkwamen?

Noem het aantal kinderen, voordat de nichtjes kwamen, k .

Stel een vergelijking op en bereken hoeveel kinderen er op het feestje waren voordat de nichtjes binnenkwamen.

Kangoeroe 2002

42

name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

Janneke koopt in de supermarkt 6 zakken chips, 8 flessen cola en 4 pakken koekjes. In totaal moest ze €17,30 betalen. Een fles cola kost 30 cent meer dan een zak chips en een pak koekjes 40 cent minder dan een fles cola.

Noem de prijs, in centen, van een zak chips c .

Stel een vergelijking op voor c en bereken hoe duur een zak chips, een fles cola en een pak koekjes zijn.

14.7 Gemengde opgaven

43

name:
file:

sta-
te:
un-
known

Jaap legt een afstand van 600 meter af in 1 minuut en 30 seconden.

a Wat is zijn gemiddelde snelheid (in m/s)?

Jaaps vader rijdt met cruisecontrol in zijn bolide over een auto-weg met 120 km/u.

b Hoeveel km heeft hij in 40 minuten afgelegd?

Anne legt een *afstand* in een bepaalde *tijd* af. Voor haar (*gemiddelde*) *snelheid* geldt dan: $\text{snelheid} = \frac{\text{afgelegde afstand}}{\text{tijd}}$ ofwel $\text{snelheid} \cdot \text{tijd} = \text{afgelegde afstand}$.



name:
re-

mark
file:
re-
mark
sta-
te:
un-

44

Opmerking

Let op de eenheden.

Bijvoorbeeld, als de afstand in meters wordt gerekend en de tijd in minuten, dan is de snelheid in de formule hierboven in meters/minuut.

Willem fietst gewoonlijk in 40 minuten van huis naar school. Als Willem 5 km per uur harder fietst, dan is hij 10 minuten eerder op school.

Noem de snelheid (in km/uur) waarmee Willem gewoonlijk fietst x .

a Druk de afstand van huis naar school op twee manieren uit in x .



Hint 6.

b Stel een vergelijking op voor x en bereken daarmee de snelheid waarmee Willem gewoonlijk naar school fietst.

c Hoe ver woont Willem van school?

45

name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

Hans rijdt een afstand van 60 km in 60 minuten.

De eerste 30 minuten rijdt hij met een constante snelheid, laatste 30 minuten rijdt hij tweemaal zo snel.

De snelheid waarmee hij de eerste 30 minuten rijdt noemen x km/u.

a Druk de afstand die hij de eerste 30 minuten aflegt uit in x .

b Doe dat ook voor het tweede stuk.

c Stel een vergelijking in x op en bereken x .

46

In een stad zijn er twee concurrerende taxibedrijven: de taxicentrale en citytax. De taxicentrale en citytax hanteren verschillende tarieven. De taxicentrale berekent voorrijkosten: als je een rit met een taxi van de taxicentrale maakt, moet je sowieso €5,— betalen. Daar bovenop komt een kilometerprijs van €2,— (dat wil

14.7 Gemengde opgaven

zeggen dat je per gereden kilometer €2,— moet betalen). Citytax kent geen voorrijkosten. Daartegenover staat een hogere kilometerprijs bij citytax: €2,50.

- a** Neem de afstand-kostentabel over en vul hem in voor beide taxibedrijven.

afstand	0	4	8	12
kosten taxicentrale				
kosten citytax				

De afstand-kostengrafiek voor beide taxibedrijven staan in de figuur hiernaast.

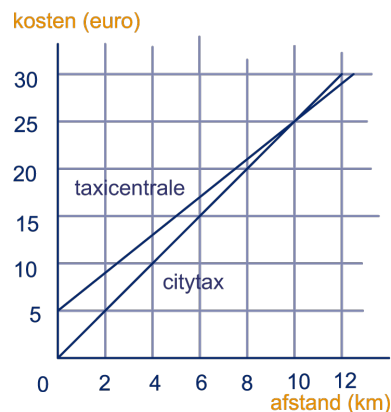
- b** Lees met behulp van de grafieken af bij welke afstand de kosten bij beide taxibedrijven even groot zijn.

We kunnen die afstand met een vergelijking berekenen. We gaan uit van een rit van x km.

- c** Wat kost die rit bij de taxicentrale (uitgedrukt in x)? En bij citytax?

Wij zijn op zoek naar de afstand x waarbij de kosten bij de taxicentrale en bij citytax gelijk zijn.

- d** Welke vergelijking voor x vind je hieruit?
Los die vergelijking op.



47

De familie de Vries gaat op vakantie. Er is alleen nog niet beslist waarheen. Het wordt Frankrijk of Indonesië. Wat zo'n vakantie gaat kosten hangt af van het aantal dagen dat ze in het vakantie-land doorbrengen.

De reiskosten naar Frankrijk zijn €800,—.

De reiskosten naar Indonesië zijn €4300,—.

De verblijfskosten in Frankrijk zijn €300,— per dag.

In Indonesië zijn die veel lager: slechts €50,— per dag.

- a** Wat zijn de totale kosten als de familie 10 dagen naar Frankrijk gaat?
En als ze 10 dagen naar Indonesië gaat?
- b** Neem de aantal-dagen-kostentabel over en vul hem verder in.

aantal dagen	5	10	15	20
kosten Frankrijk				
kosten Indonesië				

14.7 Gemengde opgaven

De aantal-dagen-kostengrafiek voor beide landen staat in de figuur hiernaast.

- c Lees uit de grafiek af bij welk aantal dagen de kosten in beide landen even groot zijn.

We gaan dit aantal dagen met behulp van een vergelijking berekenen. Stel dat dat aantal d dagen is.

- d Wat zijn dan de kosten als ze naar Frankrijk gaan (uitgedrukt in d)?

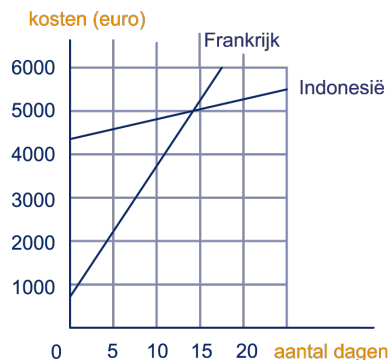
En als ze naar Indonesië gaan?

Welke vergelijking kun je opstellen voor d ?

- e Los die vergelijking op.

- f Wat kost de vakantie bij dat aantal dagen in beide landen?

- g Bij welk aantal dagen is een vakantie naar Indonesië goedkoper dan een vakantie naar Frankrijk?



48

In een bad zit 1000 liter water. Het bad loopt leeg met een snelheid van 150 liter per minuut.

Een jacuzzi bevat 600 liter. Die loopt tegelijkertijd leeg, met een snelheid van 75 liter per minuut.

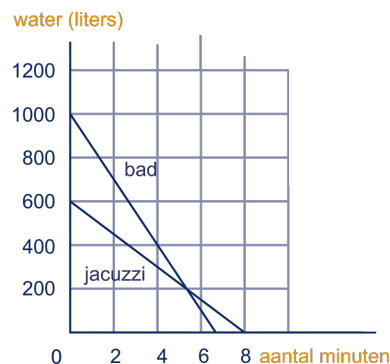
- a Hoelang duurt het voordat het bad leeg is?
b Hoelang duurt het voordat de jacuzzi leeg is?

In de figuur hiernaast is de tijd-hoeveelheid-watergrafiek voor het bad en de jacuzzi getekend, de tijd horizontaal en de waterhoeveelheid verticaal.

We gaan met een vergelijking berekenen wanneer de waterhoeveelheid in het bad en in de jacuzzi even groot is.

Het aantal liter water dat na er t minuten nog in het bad zit is $1000 - 150t$.

- c Druk het aantal liter water dat in de jacuzzi zit na t minuten uit in t .
d Stel een vergelijking op en bereken daarmee na hoeveel minuten er evenveel water in het bad zit als in de jacuzzi.
e Hoeveel liter zit er dan nog in de jacuzzi en in het bad?



47

KPN heeft voor mobiele telefonie drie FlexiBel abonnementen: Economy, Premium en Allround. Economy is voordelig als je maar weinig belt, Allround is juist voordelig als je heel veel belt.

In de tabel kun je de kosten voor elk van de drie abonnementen aflezen. De kosten bestaan uit vaste abonnementskosten en variabele gesprekskosten.

14.7 Gemengde opgaven

Abonnement	Economy	Premium	Allround
Abonnementskosten per maand	€8,95	€13,95	€18,95
Gesprekskosten per minuut			
Piek naar vast	30 cent	20 cent	15 cent
Dal naar vast	10 cent	10 cent	9 cent
Piek naar mobiel	45 cent	35 cent	30 cent
Dal naar mobiel	25 cent	21 cent	18 cent

Loes belt alleen tijdens daluren en altijd naar mobiel. Ze heeft nu een Premium-abonnement, maar ze vraagt zich af of ze niet beter een Allround-abonnement kan nemen.

- a Neem de tabel over en vul de kosten bij een Premium- en een Allround-abonnement in. Denk aan de abonnementskosten!

aantal minuten	0	100	200	400
kosten Premium				
kosten Allround				

- b Teken in een grafiek de aantal-minuten-kostengrafiek voor het Premium-abonnement en voor het Allround-abonnement.
- c Lees uit de grafiek af vanaf welk aantal belminuten per maand een Allround-abonnement voor Loes goedkoper is dan een Premium-abonnement.

Stel dat Loes m minuten per maand belt (alleen in de daluren en naar mobiel).

- d Wat zijn dan de kosten (in centen) per maand bij een Premium-abonnement? En wat zijn de kosten (in centen) per maand bij een Allround-abonnement?

We gaan met een vergelijking het aantal minuten m bepalen waarbij de kosten bij het Premium-abonnement gelijk zijn aan die bij een Allround-abonnement.

- e Stel een vergelijking op waaruit je dit aantal minuten kunt berekenen en los die vergelijking op.

Ben belt ook alleen in de daluren en ook altijd naar mobiel. Hij belt veel minder dan Loes. Ook hij heeft een Premium-abonnement, maar hij vraagt zich af of hij niet goedkoper uit is met een Economy-abonnement.

14.7 Gemengde opgaven

- f Bereken bij welk aantal belminuten per maand de kosten bij een Premium-abonnement en de kosten bij een Economy-abonnement voor Ben even hoog zijn. Gebruik een vergelijking.

14.8 Eindpunt

balansmethode

Om het onbekende gewicht op een balans te vinden, doe je steeds twee dingen:

- je haalt van beide schalen hetzelfde gewicht af (of doet het erbij),
- je neemt van beide schalen hetzelfde deel.

Zonder balans komt dat hier op neer:

- je trekt van beide leden hetzelfde getal af (of telt het erbij op),
- je deelt beide leden door hetzelfde getal (of vermenigvuldigt ze ermee).

systematisch oplossen

Elke vergelijking kun je oplossen volgens het volgende schema.

Voorbeeld

$$\frac{1}{3}(2x - 5) + \frac{3}{4} = x - 1$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} + \frac{3}{4} = x - 1$$

$$8x - 20 + 9 = 12x - 12$$

$$8x - 11 = 12x - 12$$

$$1 = 4x$$

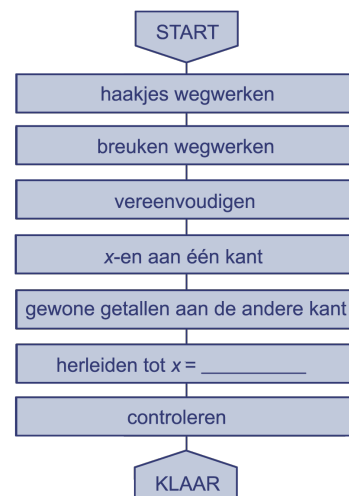
$$\frac{1}{4} = x$$

Controle:

$$\frac{1}{3}(2x - 5) + \frac{3}{4} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - 5\right) + \frac{3}{4} = -1\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$x - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

Conclusie: als $x = \frac{1}{4}$ zijn linker- en rechterlid gelijk.



vergelijkingen opstellen en grafieken

Een energiezuinige koelkast *EK* kost €710,— en verbruikt €60,— aan stroom per jaar. Een goedkope koelkast *GK* kost €390,— en verbruikt €100,— aan stroom per jaar.

Als je de gebruikskosten wilt vergelijken met grafieken, is het handig om de volgende tabel te maken.

aantal jaren	0	5	10	15
kosten <i>EK</i>	710	1010	1310	1610
kosten <i>GK</i>	390	890	1390	1890

14.8 Eindpunt

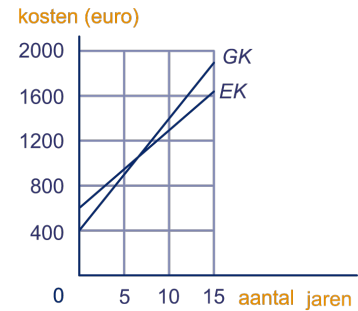
Bij de tabel horen twee grafieken.

Het aantal jaren noemen we a . Dan zijn de kosten na a jaar voor de energiezuinige koelkast uitgedrukt in a : $710 + 60a$ en voor de andere koelkast: $390 + 100a$.

Met een vergelijking kunnen we nu het aantal jaren uitrekenen waarbij de kosten voor beide koelkasten gelijk zijn.

Die vergelijking is: $710 + 60a = 390 + 100a$.

De oplossing is $a = 8$, dus na 8 jaar.



Je kunt het antwoord controleren door de kosten van EK en GK na 8 jaar uit te rekenen.

Kosten EK na 8 jaar is $710 + 8 \cdot 60 = €1190,-$.

Kosten GK na 8 jaar is $390 + 8 \cdot 100 = €1190,-$.

Je ziet dat de kosten na 8 jaar inderdaad gelijk zijn.

vergelijkingen opstellen

Ton is één jaar jonger dan Janneke en elf jaar ouder dan Gerd. Samen zijn ze 92 jaar. Hoe oud is ieder?

Noem de leeftijd van Ton x . Dan is Janneke $x + 1$ jaar en Gerd $x - 11$ jaar.

Een vergelijking voor x is dan $x + (x + 1) + (x - 11) = 92$.

De oplossing is $x = 34$.

Dus Ton is 34, Janneke is 35 en Gerd is 23 jaar oud.

De balansmethode

1

Fred heeft een aantal vissen gevangen. Als hij drie keer zoveel vissen had gevangen, dan had hij 12 vissen meer gevangen. Noem het aantal vissen dat Fred heeft gevangen x . Stel een vergelijking op voor x en bereken hiermee hoeveel vissen Fred gevangen heeft.

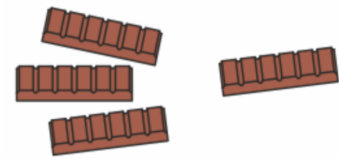
Kangoeroe



2

Drie repen chocolade kosten 6 euro meer dan één reep. Noem de prijs, in euro, van één reep chocolade x . Stel een vergelijking op in x en bereken hiermee hoeveel één reep chocolade kost.

Kangoeroe



3

Los de volgende vergelijkingen op. Je hoeft je antwoord niet te controleren.

- a $2x - 6 = 4x + 2$
- b $5x - 3 = 11 - 2x$
- c $12 - 3x = 3x - 12$
- d $-x + 2 = -3x + 4$

De distributiewet

4

In de wei lopen kippen en koeien. Ik telde 36 koppen en 100 poten. Hoeveel kippen en hoeveel koeien lopen er in de wei?

Noem het aantal kippen x .

Stel een vergelijking op voor x en bereken hiermee het antwoord.



Hint 7.

5



Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord.

$$10x - 1 = 4x + 2$$

$$8 - 5x = x - 22$$

$$3x - 7 = 6x + 8$$

$$3(x - 2) = 5(x - 4)$$

$$11 - 2x = 3(1 - 2x)$$

$$2(3x - 1) = 4x + 3$$

$$x = 4(x - 1) + 4$$

14.9 Extra opgaven

6



Gerd weegt 25 kg minder dan Ton. Ton is 12 kg zwaarder dan Janneke. Met z'n drieën wegen we 308 kg.

Noem het gewicht van Janneke x .

- Druk het gewicht van Ton en Gerd uit in x . Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.
- Hoe zwaar is ieder? Stel hierbij een vergelijking op in x en los hem op.

7



Dennis en Brenda spelen Mens-erger-je-niet. Omdat Dennis minder sterk speelt dan Brenda, hebben ze het volgende afgesproken.

- als Brenda een spelletje wint, krijgt ze 2 punten,
- als Dennis een spelletje wint, krijgt hij 3 punten,
- de verliezer krijgt geen punten.

Op een gegeven moment zijn er achttien spelletjes gespeeld. Brenda heeft er daarvan x gewonnen.

- Hoeveel punten heeft Brenda? En hoeveel punten heeft Dennis? (Druk je antwoord uit in x)

Brenda blijkt na de achttien spelletjes een voorsprong van 6 punten te hebben.

- Leid hieruit een vergelijking af voor x en los die op.

Vergelijkingen met breuken

8



Tot mijn honderdste verjaardag heb ik nog een aantal jaren te leven. Mijn leeftijd nu is tweederde van dát aantal jaren.

Hoe oud ben ik nu?

Kangoeroe 2006

9

Los de volgende vergelijkingen op. Je hoeft je antwoord niet te controleren.

a $\frac{1}{2}(4x - 2) = -3(x - 2) + 3$

b $\frac{2}{3}x - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}x - 2$



c $\frac{1}{2}\left(5 - \frac{2}{3}x\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}x$

d $-\frac{3}{4}(x - 4) = \frac{2}{3}(3 - x) + 6$

10



Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord.

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = 3x - 5$

$\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4}$

$0,1x - 3 = 1 + 0,3x$

$\frac{5x}{3} = x + 1$

14.9 Extra opgaven

$$\frac{x+1}{2} = 8 - 2x$$

$$\frac{6-3x}{x} = 3$$

$$\frac{6-2x}{2x+5} = \frac{2}{3}$$

Vergelijkingen bij meetkunde

11



Hoek Q in driehoek PQR is 12° groter dan hoek P . Hoek R is twee keer zo groot als hoek Q .

De grootte van hoek Q noemen we q .

- Druk hoek P en hoek R uit in q .
- Hoe groot zijn de hoeken van driehoek PQR ? Stel een vergelijking op in q en los die op.

12



Van een vierkant zijn de zijden $2x - 6$ cm en van een rechthoek zijn de zijden $x + 12$ en $x - 9$ cm.

Bereken x als de omtrek van het vierkant 16 cm meer is dan de omtrek van de rechthoek. Wat zijn de zijden van het vierkant en van de rechthoek?

Stel hierbij een vergelijking op in x en los die op.

Maak eventueel een schets van de situatie.

Gemengde opgaven

13



Janneke koopt voor het verjaardagsfeestje van Teun in de supermarkt zakjes snoep en drinken. Een fles drinken is twee keer zo duur als een zakje snoep. Acht zakjes snoep en vijf flessen drinken kosten €9,72.

Noem de prijs van een fles drinken d .

Stel een vergelijking op in d en bereken daarmee de prijs van een zakje snoep en een fles drinken.

14



Erik heeft 7 jongens meer als klasgenoot dan meisjes. In zijn klas zijn er twee keer zoveel jongens als meisjes. In deze klas zit ook Janneke. We vragen ons af hoeveel meisjes zij heeft als klasgenoot.

Noem het aantal jongens j en het aantal meisjes m .

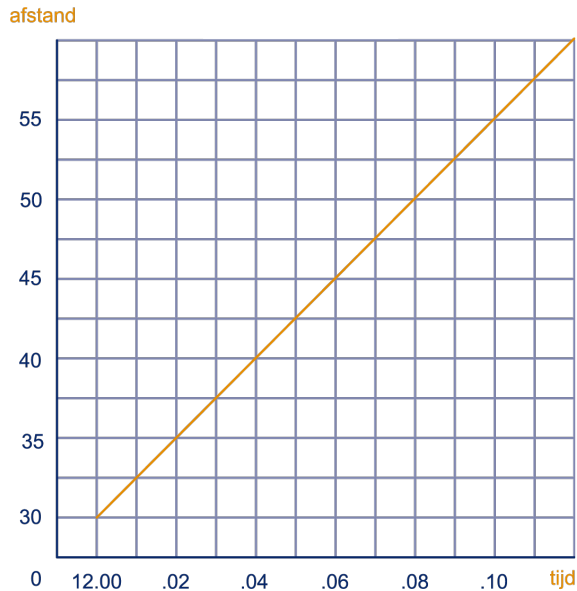
- Welke twee vergelijkingen tussen j en m volgen hieruit?
- Schrijf beide vergelijkingen in de gedaante $j = \dots\dots$
- Stel een vergelijking op en bereken hoeveel meisjes Janneke als klasgenoot heeft.

Kangoeroe 2001

14.9 Extra opgaven

15

In de figuur zie je een grafiek van de rit van een Opel die op een snelweg om precies 12.00 uur het km-paaltje 30,0 passeert.



a Hoe hard rijdt de Opel (in km per uur)?

De veel te hard rijdende Opel wordt door de rijkspolitie opgemerkt en die zet de achtervolging in. Om 12.02 passeert de Porsche van de rijkspolitie het km-paaltje 30,0. Hij achtervolgt de Opel met een snelheid van 180 km per uur.

b Neem de tijd-afstandtabel over en vul hem in.

aantal minuten over twaalf	0	2	5	10	15
afstand Opel tot begin van de weg	30				
afstand Porsche tot begin van de weg		30			

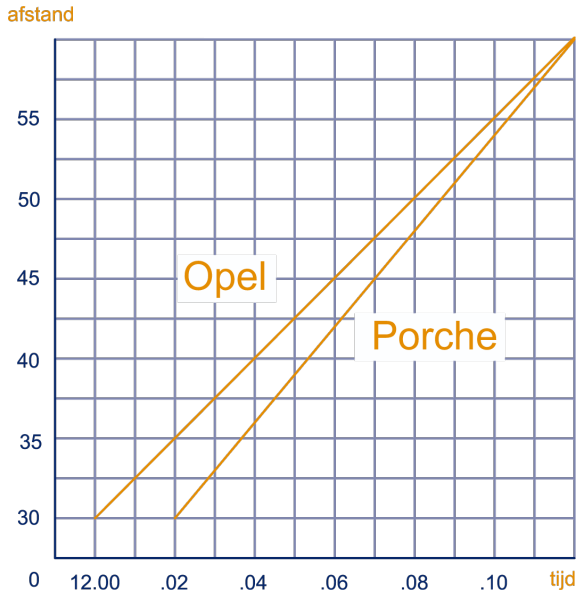
c Wat is de afstand van de Opel tot het begin van de weg om t minuten over 12? En van de Porsche?

In de figuur hierboven zie je de tijd-afstandgrafiek voor de Porsche en de Opel in één rooster.

We willen weten op welk moment de Porsche de Opel inhaalt.

- d** Stel een vergelijking op waarmee je dit tijdstip kunt berekenen en los deze vergelijking op.
- e** Op hoeveel km vanaf het begin van de weg wordt de Opel ingehaald door de Porsche?
- f** Op welk tijdstip reed de Porsche twee kilometer achter de Opel? Stel een vergelijking op en los deze op.
- g** Bij welk kilometerpaaltje is de Opel dan? En bij welk de Porsche?

14.9 Extra opgaven



16



Een kaars brandt regelmatig. Na 42 minuten branden is hij nog 29 cm lang, na 75 minuten is hij nog 18 cm lang.

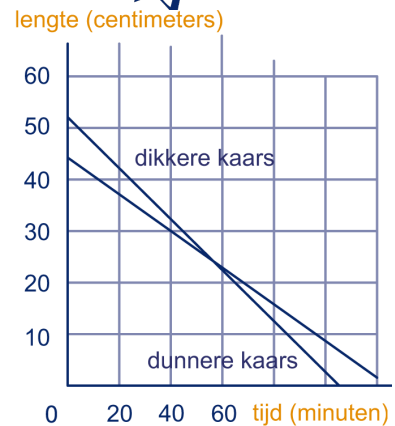
- Hoeveel cm wordt de kaars per minuut korter? Wat was de oorspronkelijke lengte van de kaars?
- Druk de lengte l (in cm) uit in het aantal minuten t dat de kaars gebrand heeft.

Tegelijk met deze kaars werd een andere, wat dunnere kaars aangestoken. Deze dunne kaars was oorspronkelijk 52 cm lang en hij wordt elke minuut een halve cm korter.

- Druk ook voor deze kaars zijn lengte uit in het aantal minuten t dat hij gebrand heeft.

In de figuur is voor beide kaarsen de tijd-lengte-grafiek getekend.

- Bereken met behulp van een vergelijking na hoeveel minuten branden de twee kaarsen even lang zijn.
- Hoe lang zijn de kaarsen dan?



17

Negentig leerlingen kopen elk een rekenmachine. Een deel van de leerlingen koopt er een van het merk Casio; deze kosten €8,— per stuk. De rest koopt er een van het merk Texas. Deze kosten €10,— per stuk.

Stel dat 20 leerlingen een Casio kopen.

- Hoeveel leerlingen kopen er dan een Texas?



14.9 Extra opgaven

- d Hoeveel leerlingen hebben er dan een Texas besteld (uitgedrukt in x)?
- e Hoeveel is er in totaal voor de Casio's betaald (uitgedrukt in x)? En hoeveel is er voor de Texassen betaald (ook uitgedrukt in x)?
- f Stel een vergelijking op voor x en los die op. Controleer je antwoord.
- g Hoeveel machines worden er van elk van de twee merken gekocht?

18



Tim en Tom spelen een spelletje ping-pong. We bekijken de stand op een zeker moment. Als Tim twee punten meer zou hebben, dan zou hij twee keer zoveel punten hebben als Tom. Als Tim vier punten minder zou hebben, dan had Tom twee keer zoveel punten als Tim.

We vragen ons af hoeveel punten Tim heeft en hoeveel Tom. Noem het aantal punten dat Tom heeft x en het aantal punten dat Tim heeft y .

- a Welke twee vergelijkingen tussen x en y volgen hieruit?
- b Schrijf beide vergelijkingen in de gedaante $x = \dots\dots$
- c Stel een vergelijking op en bereken hoeveel punten Tim heeft.
- d Hoeveel punten heeft Tom dan?

Kangoeroe 2004

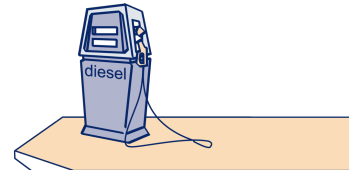
19

Ben gaat een nieuwe auto kopen. Hij heeft gekozen voor de Ford Escort, die zowel met een benzine- als met een dieselmotor geleverd kan worden. Vanwege zijn beroep rijdt Ben veel en hij vraagt zich dan ook af of hij een diesel aan zal schaffen. De brandstofprijs per gereden kilometer is voor diesel €0,11 en voor benzine €0,15. Daartegenover staat dat de dieselauto aan belasting en verzekering per jaar €3520,— kost en de benzineauto maar €2240,—.

We vragen ons af hoeveel kilometer per jaar Ben minstens moet rijden, om met een dieselauto goedkoper uit te zijn.

Het aantal kilometers dat Ben per jaar rijdt, is k .

- a Bereken k in het geval dat de kosten per jaar voor de dieselauto en de benzineauto even hoog zijn. Hoe hoog zijn de kosten in dat geval voor beide auto's?
- b Hoeveel km per jaar moet Ben rijden om met een dieselauto goedkoper uit te zijn?



20

Truus doet bij de melkboer boodschappen voor zichzelf en haar buurvrouw Henny. Voor zichzelf koopt ze 5 pakken melk en 3 pakken yoghurt. Voor Henny koopt ze 7 pakken melk en 5 pakken yoghurt. Ze heeft aan de melkboer gevraagd om op te schrijven hoeveel ze zelf moet betalen en hoeveel Henny. Als Truus bij Henny komt om af te rekenen, blijkt de melkboer er een raadsel van te hebben gemaakt. Op het briefje staat het volgende.

Een pak yoghurt kost 20 cent meer dan een pak melk. De 12 pakken melk en de 8 pakken yoghurt kosten samen €14,—.

De prijs, in centen, van een pak melk noemen we m .

- a Hoeveel kosten de 12 pakken melk en hoeveel de 8 pakken yoghurt? Druk je antwoorden uit in m .
- b Stel een vergelijking op voor m en los die op. Hoeveel moet Truus betalen en hoeveel moet Henny betalen?

14.10 Rekentechniek: Rekenen met breuken.

Gelijknamige breuken optellen en aftrekken



In de figuur hiernaast is een rechthoek verdeeld in 9 gelijke stukken. In de rechthoek zijn 5 van de 9 stukken gekleurd.

we noemen dat het $\frac{5}{9}$ deel van de rechthoek.

$\frac{5}{9}$ is een **breuk**. Het getal boven de breukstreep noemen we de **teller** en het getal eronder **noemer**.

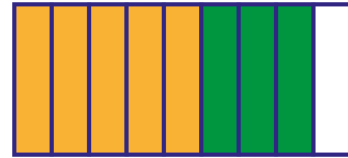
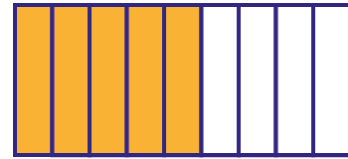
Twee breuken kun je optellen.

Hiernaast is de optelling $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ in beeld gebracht:

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}.$$

Twee breuken met dezelfde noemer tel je dus op door de tellers op te tellen; de noemer blijft hetzelfde.

Twee breuken met dezelfde noemer van elkaar af trekken gaat op eenzelfde manier: $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9}$.



1

Bereken

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$$
$$\frac{7}{11} - \frac{3}{11}$$

$$\frac{7}{15} + \frac{1}{15}$$
$$\frac{14}{15} - \frac{3}{15}$$

$$\frac{6}{13} + \frac{6}{13}$$
$$\frac{7}{8} - \frac{1}{8}$$

Bij de laatste vraag van opgave 1 krijg je een antwoord dat je kunt vereenvoudigen. Daar gaan we nu even naar kijken.

Breuken vereenvoudigen



Hiernaast zie je twee keer dezelfde rechthoek getekend, de eerste verdeeld in 8 gelijke stukken en eronder in 4. Beide keren is een even groot deel gekleurd.

In de bovenste rechthoek is $\frac{6}{8}$ deel gekleurd en in de onderste rechthoek is dat $\frac{3}{4}$.

De breuk $\frac{6}{8}$ is *vereenvoudigd* tot $\frac{3}{4}$.

Een breuk vereenvoudig je door de teller én noemer te delen door hetzelfde getal, in dit geval door 2.



Voorbeeld

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

De breuk $\frac{33}{132}$ kun je vereenvoudigen door teller en noemer te delen door 3:

$$\frac{33}{132} = \frac{11}{44} \text{ en } \frac{11}{44} = \frac{1}{4}, \text{ dus}$$

$$\frac{33}{132} = \frac{11}{44} = \frac{1}{4}.$$

Zo is de breuk zo *ver mogelijk vereenvoudigd*.

2

Vereenvoudig (zo ver mogelijk)

$\frac{12}{28}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{22}{77}$
$\frac{6}{24}$	$\frac{15}{35}$	$\frac{15}{60}$
$\frac{16}{36}$	$\frac{18}{63}$	$\frac{63}{175}$
$\frac{28}{35}$	$\frac{32}{48}$	$\frac{60}{144}$

Breuken gelijknamig maken



Hierboven is uitgelegd hoe je twee **gelijknamige** breuken (breuken met dezelfde noemer) optelt. Als je twee ongelijknamige breuken optelt, maak je ze eerst gelijknamig. Hoe je dat doet laten we aan de hand van een paar voorbeelden zien.



Voorbeeld

$\frac{2}{9}$ en $\frac{1}{4}$ kun je schrijven als breuken met noemer 36.

Want $4 \cdot 9 = 36$ is zowel veelvoud van 9 als van 4.

Je krijgt: $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$ en $\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$.

Voorbeeld

$\frac{5}{12}$ en $\frac{3}{8}$ kun je beide met noemer $12 \cdot 8 = 96$ schrijven, maar het kan ook met noemer 24: $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$ en $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$.

name:
re-
mark
file:
re-
mark

3

ce,
un-
known

Opmerking

Het rekt meestal handiger als je de gemeenschappelijke noemer zo klein mogelijk neemt.

Maak de volgende breuken gelijknamig.

$\frac{3}{5}$ en $\frac{5}{6}$	$\frac{5}{12}$ en $\frac{9}{16}$	$\frac{3}{7}$ en $\frac{3}{10}$
$\frac{7}{9}$ en $\frac{3}{4}$	$\frac{17}{20}$ en $\frac{11}{30}$	$\frac{2}{5}$ en $\frac{2}{15}$

name:
re-
mark
file:
re-
mark
sta-
te:
un-
known

Opmerking

Bij het gelijknamig maken van twee breuken zoek je naar gemeenschappelijke veelvouden van de noemers.

Voorbeeld

Je wilt $\frac{5}{12}$ en $\frac{2}{15}$ optellen.

De veelvouden van 12 zijn: 12, 24, 36, 48, 60, 72,

De veelvouden van 15 zijn: 15, 30, 45, 60, 75, 90,

Het **kleinste gemeenschappelijke veelvoud** van 12 en 15 is dus 60.

Optellen en aftrekken van breuken



Als je breuken optelt, maak je ze eerst gelijknamig.

14.10 Rekentechniek: Rekenen met breuken.

We geven nog een paar voorbeelden en daarna moet je zelf aan de slag.

- $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$
- $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$
- $1\frac{7}{12} + 2\frac{1}{6} = 1\frac{7}{12} + 2\frac{2}{12} = 3\frac{9}{12} = 3\frac{3}{4}$
- $5\frac{9}{10} - 3\frac{2}{5} = 5\frac{9}{10} - 3\frac{4}{10} = 2\frac{5}{10} = 2\frac{1}{2}$
- $6\frac{1}{3} - 4\frac{3}{4} = 6\frac{4}{12} - 4\frac{9}{12}$. Omdat $\frac{9}{12}$ groter dan $\frac{4}{12}$ schrijven we $6\frac{4}{12}$ als $5\frac{16}{12}$.
Je krijgt: $6\frac{1}{3} - 4\frac{3}{4} = 6\frac{4}{12} - 4\frac{9}{12} = 5\frac{16}{12} - 4\frac{9}{12} = 1\frac{7}{12}$.

4

Bereken

$$\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$$

$$4\frac{5}{8} - \frac{2}{5}$$

$$3\frac{2}{3} + 2\frac{5}{12}$$

$$5\frac{3}{10} + 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{5}$$

$$6\frac{7}{16} + 4\frac{7}{12}$$

$$12\frac{7}{15} - 3\frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{64}$$

$$9\frac{7}{9} - 5\frac{3}{5}$$

5

Bereken

$$5\frac{7}{10} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{20}$$

$$5\frac{3}{7} - 1\frac{5}{7}$$

$$7\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} + 2\frac{5}{12}$$

$$6\frac{9}{10} + 2\frac{3}{5} - 3\frac{1}{4}$$

$$4\frac{5}{12} - 3\frac{5}{6}$$

$$3\frac{1}{3} + 4\frac{5}{12} + 5\frac{1}{4}$$

$$15 - 12\frac{7}{8}$$

$$5\frac{3}{8} - 3\frac{7}{12} + 2\frac{1}{3}$$

Vermenigvuldigen van breuken

Vermenigvuldigen van gehele getallen is het herhaaldelijk optellen, bijvoorbeeld $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 = 12$.

Zo is $3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.

6

Bereken

$$6 \cdot \frac{1}{3}$$

$$5 \cdot \frac{1}{5}$$

$$10 \cdot \frac{1}{10}$$

$$7 \cdot \frac{4}{7}$$

$$12 \cdot \frac{7}{12}$$

$$17 \cdot \frac{5}{17}$$

Je kunt de vermenigvuldiging $3 \cdot 4$ ook zien als het berekenen van de oppervlakte van een rechthoek van 3 bij 4.

Zo kunnen we $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ zien als het berekenen van de oppervlakte van een rechthoek van $\frac{2}{3}$ bij $\frac{4}{5}$.

Zie figuur, die is $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$.

Vermenigvuldigen van breuken

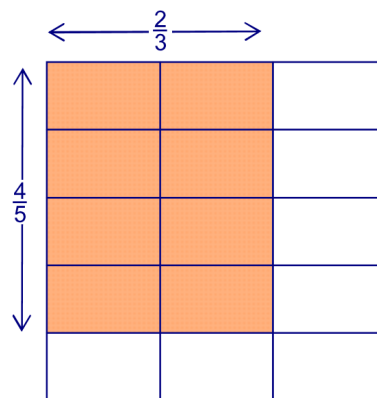
$$\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

Voorbeeld

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{28}$$

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{36}{210} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$



14.10 Rekentechniek: Rekenen met breuken.

7

Bereken (vereenvoudig en breng ook de gehelen buiten de breuk.)

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{7} \cdot 2\frac{2}{5}$$

$$2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{9}{14} \cdot 5$$

$$\frac{2}{9} \cdot 1\frac{2}{5}$$

$$1000 \cdot \frac{9}{10}$$

$$3\frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{3}$$

$$1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{8} \cdot 8\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3}$$

$$2\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{5}$$

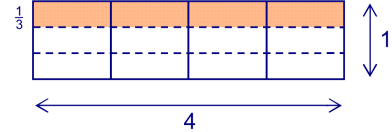
8

De oppervlakte van de rechthoek hiernaast is 4. Daarvan is het derde deel gekleurd.

De figuur maakt duidelijk: het derde deel van 4 is $\frac{1}{3} \cdot 4 = 1\frac{1}{3}$.

a Hoe groot is het vierde deel van 32? En het vijfde deel van 15?

b Hoe groot is het vierde deel van 7? En het vijfde deel van 12?



9

Bereken

de helft van $\frac{3}{4}$

de helft van $3\frac{3}{4}$

het derde deel van $1\frac{1}{2}$

het tiende deel van $\frac{10}{13}$

het derde deel van $5\frac{1}{4}$

het vijfde deel van $25\frac{1}{2}$

10

Drie jongens, Allard, Bennie en Casper, en twee meisjes, Debbie en Elsbeth, verdelen samen een taart. De drie jongens krijgen samen even veel als de beide meisjes samen.

Welk deel krijgt Casper en welk deel krijgt Elsbeth?

Nog meer oefenen met rekenen met breuken kan je in de minilo app: [Rekenen met breuken](#).

$\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$	$\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} : \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$
Wat is de uitkomst van de som?					
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$

Kijk na

reset



14.1 Intro

Je krijgt een aantal puzzels. Probeer maar of je het antwoord kunt vinden. Het is niet erg als je niet elke puzzel op kunt lossen.

1

Een koe weegt 500 pond plus de helft van haar eigen gewicht. Wat weegt de koe?

2

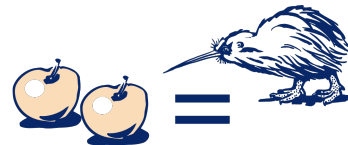
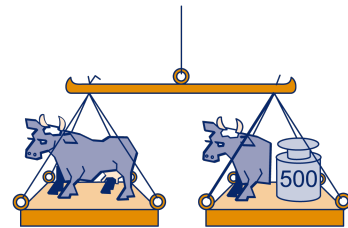
Een man at zestig druiven in drie dagen. Elke dag at hij er acht meer dan de dag ervoor. Hoeveel druiven at de man de eerste dag?

3

Twee appels kosten net zo veel als één kiwi. Zes kiwi's en acht appels kosten samen €5,—. Wat kost een appel en wat kost een kiwi?

4

Ton is één jaar jonger dan Janneke en elf jaar ouder dan Gerd. Samen zijn ze 92 jaar. Hoe oud is ieder?



14.2 Wat is het getal x ?

Kun jij het getal x vinden waarvoor geldt:

$$3x - 5 = 100?$$

De regel hierboven noemen we een **vergelijking** in x . De uitdrukking $3x - 5$ links van het $=$ -teken noemen we het **linkerlid** van de vergelijking en de uitdrukking rechts van het $=$ -teken noemen we het **rechterlid**. De getallen x bepalen waarvoor de vergelijking juist is, noemen we: de vergelijking **oplossen**.

Dit hoofdstuk gaat over het oplossen van vergelijkingen.



Voorbeeld

Er is maar één getal x waarvoor geldt dat $3x - 5 = 100$. Je kunt dat getal vinden met de volgende redenering.

- Als je 5 van $3x$ aftrekt, moet er 100 uitkomen. Dus moet $3x$ wel 105 zijn.
- Als je x met 3 vermenigvuldigt, moet er 105 uitkomen. Dus moet x wel 35 zijn.

5

Probeer uit te vinden welk getal x is.

$$x + 37 = 61$$

$$4x = 30$$

$$2x + 5 = 33$$

$$6x - 13 = 29$$

$$15 - 2x = 7$$

$$5(1 + x) = 40$$

6

Ook bij de volgende vragen kun je beredeneren welk getal x is.

$$3x + 5 = 2x + 5$$

$$3(x + 5) = 2(x + 5)$$

$$x - 5 = 5 - x$$

7

Los de volgende vergelijkingen op.

$$x^2 = 1 \text{ (meer dan één oplossing)}$$

$$x^2 = -1$$

$$5 - x = 100$$

$$5x = 100$$

$$3x = -5$$

$$\frac{1}{2}x = 7$$

14.3 De weegschaalmethode

8

Johan moet pakken papier van 25 kg van de begane grond naar de zevende verdieping brengen.

De lift heeft een "maximum laadvermogen".

a Wat betekent dat?

Als Johan 20 pakken papier in de lift heeft gezet, komt Paul eraan, die wil ook naar boven. Samen met Johan stapt hij in de lift en het lampje VOL gaat branden. Dat betekent dat de lift het gewicht van de twee heren plus de 20 pakken papier precies aankan.

Op het bord dat in de lift hangt is aangegeven hoeveel gewicht de lift maximaal aankan. De maker van het bordje gaat uit van een bepaald gemiddeld gewicht per persoon. Neem aan dat Johan en Paul van dat gemiddelde gewicht zijn.

b Probeer met bovenstaande gegevens uit te zoeken van welk gemiddelde gewicht op het bordje is uitgegaan. Schrijf op hoe je je antwoord hebt gevonden. Lukt het niet, bekijk dan de volgende opgave.



MAXIMUM
6 personen
en 200 kg
goederen

9

De oplossing van het probleem in de vorige opgave kun je ook opschrijven met behulp van een variabele. Het gemiddelde gewicht van een persoon noemen we x (in kg).

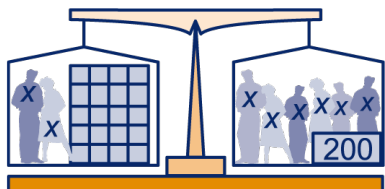
Het gewicht van Johan, Paul en de twintig pakken papier is samen $2x + 500$.

a Wat is het gewicht van 6 personen en 200 kg goederen samen (uitgedrukt in x)?

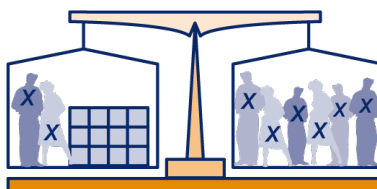
Johan, Paul en de twintig pakken papier wegen samen evenveel als de zes personen en 200 kg goederen.

We vinden zo de vergelijking $2x + 500 = 6x + 200$.

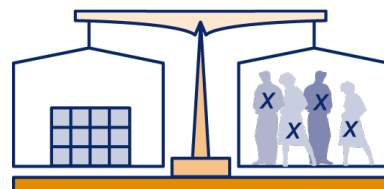
b Neem voor x het gemiddelde gewicht dat je in de vorige opgave gevonden hebt. Levert het linker- en het rechterlid van de vergelijking hetzelfde op?



figuur 1



figuur 2



figuur 3

De vergelijking kun je oplossen met behulp van de weegschaalmethode. Bekijk figuur 1.

Links op de weegschaal staan Johan en Paul (elk met gewicht x kg) samen met de 20 pakken papier (totaalgewicht 500 kg). Aan de rechterkant staan 6 personen (elk met gewicht x kg) en 200 kg goederen. De weegschaal is in evenwicht. De vergelijking

14.3 De weegschaalmethode

erbij luidt: $2x + 500 = 6x + 200$. Aan beide kanten van de weegschaal halen we nu 200 kg weg.

Dan blijft de weegschaal uiteraard in evenwicht.

c Welke vergelijking hoort bij figuur 2?

Vervolgens halen we aan beide kanten van de weegschaal twee personen weg. Ook dan blijft de weegschaal in evenwicht (omdat alle personen even zwaar zijn).

d Welke vergelijking hoort bij figuur 3?

e Welk getal stelt x voor?

f Wat weegt dus één persoon gemiddeld?

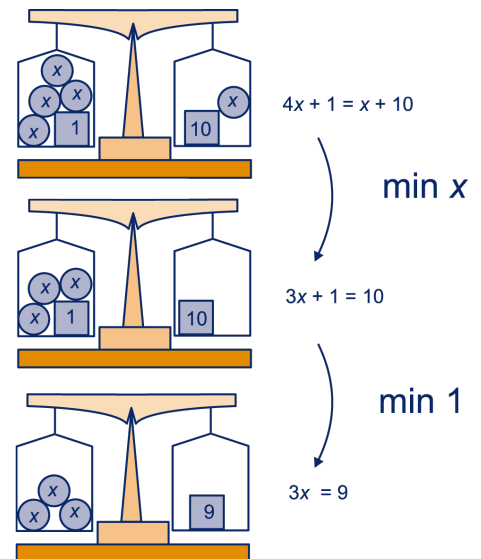
Veel vergelijkingen kun je oplossen met behulp van de weegschaalmethode. Als voorbeeld nemen we de vergelijking $4x + 1 = x + 10$. Kijk goed hoe het werkt.

In twee stappen wordt de vergelijking teruggebracht tot een wel heel eenvoudige: $3x = 9$.

Door beide leden te delen door 3 vind je: $x = 3$.

Het is verstandig een oplossing die je gevonden hebt achteraf te controleren in de oorspronkelijke vergelijking. Als volgt:

- Als $x = 3$, dan is het linkerlid $4 \cdot 3 + 1 = 13$.
- Als $x = 3$, dan is het rechterlid $3 + 10 = 13$.
- Inderdaad zijn de twee leden gelijk, als $x = 3$. Je hebt dus het goede antwoord gevonden!



Om het onbekende gewicht op een weegschaal te vinden, doe je steeds twee dingen:

- je haalt van beide schalen hetzelfde gewicht af (of doet het erbij),
- je neemt van beide schalen hetzelfde deel.

Zonder weegschaal komt dat hier op neer:

- je trekt van beide leden hetzelfde getal af (of telt het erbij op),
- je deelt beide leden door hetzelfde getal (of vermenigvuldigt ze ermee).



Voorbeeld

Een voorbeeld zonder weegschaal

Controleer het antwoord:

- als $a = 4$, dan is het linkerlid $5 \cdot 4 + 9 = 29$
- als $a = 4$, dan is het rechterlid $3 \cdot 4 + 17 = 29$

14.3 De weegschaalmethode

10

- a** Los de volgende vergelijkingen op, net als in het voorbeeld. Controleer ook je antwoord.
- $$4x + 10 = 20 + 2x$$
- $$3y + 660 = 7y + 36$$
- $$7t + 10 = 15t + 9$$
- $$b + 6 = 8b + 1$$
- $$2p + 9 = 5p$$
- $$7x + 15 = 5x + 11$$
- b** Bij de laatste vergelijking kun je eigenlijk geen weegschaal tekenen. Waarom niet?

14.4 Vergelijkingen en grafieken

11

In een stad zijn er twee concurrerende taxibedrijven: de taxicentrale en citytax. De taxicentrale en citytax hanteren verschillende tarieven. De taxicentrale berekent voorrijkosten: als je een rit met een taxi van de taxicentrale maakt, moet je sowieso € 5,- betalen. Daar bovenop komt een kilometerprijs van € 2,- (dat wil zeggen dat je per gereden kilometer € 2,- moet betalen). Citytax kent geen voorrijkosten. Daartegenover staat een hogere kilometerprijs bij citytax: € 2,50.

- a Neem de afstand-kostentabel over en vul hem in voor beide taxibedrijven.

afstand	0	4	8	12
kosten taxicentrale				
kosten citytax				

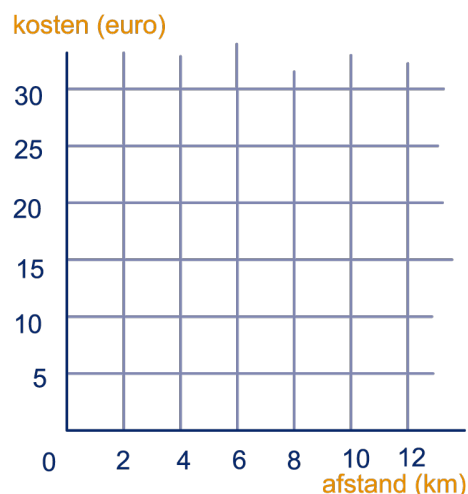
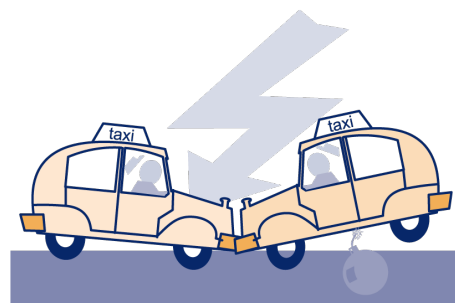
- b Neem het rooster over en teken de afstand-kostengrafiek voor beide taxibedrijven. Zet de afstand op de horizontale as (2 km = 1 cm) en de kosten op de verticale as (€ 5,- = 1 cm). Schrijf bij elke grafiek welk taxibedrijf het betreft.
- c Lees met behulp van de grafieken af bij welke afstand de kosten bij beide taxibedrijven even groot zijn.

We kunnen die afstand met een vergelijking berekenen. We gaan uit van een rit van x km.

- d Wat kost die rit bij de taxicentrale (uitgedrukt in x)? En bij citytax?

Wij zijn op zoek naar de afstand x waarbij de kosten bij de taxicentrale en bij citytax gelijk zijn.

- e Welke vergelijking voor x vind je hieruit?
Los die vergelijking op.



12

De familie de Vries gaat op vakantie. Er is alleen nog niet beslist waarheen. Het wordt Frankrijk of Indonesië. Wat zo'n vakantie gaat kosten hangt af van het aantal dagen dat ze in het vakantieland doorbrengen.

De reiskosten naar Frankrijk zijn € 800,-.

De reiskosten naar Indonesië zijn € 4300,-.

De verblijfskosten in Frankrijk zijn € 300,- per dag.

In Indonesië zijn die veel lager: slechts € 50,- per dag.

- a Wat zijn de totale kosten als de familie 10 dagen naar Frankrijk gaat?
En als ze 10 dagen naar Indonesië gaat?

14.4 Vergelijkingen en grafieken

- b** Neem de aantal-dagen-kostentabel over en vul hem verder in.

aantal dagen	5	10	15	20
kosten Frankrijk				
kosten Indonesië				

- c** Teken voor beide landen de aantal-dagen-kostengrafiek. Zet het aantal dagen langs de horizontale as (5 dagen = 2 cm) en de kosten langs de verticale as (€ 1000,— = 1 cm). Geef aan welke grafiek bij welke bestemming hoort.
- d** Lees uit de grafiek af bij welk aantal dagen de kosten in beide landen even groot zijn.

We gaan dit aantal dagen met behulp van een vergelijking berekenen. Stel dat dat aantal d dagen is.

- e** Wat zijn dan de kosten als ze naar Frankrijk gaan (uitgedrukt in d)?
En als ze naar Indonesië gaan?
Welke vergelijking kun je opstellen voor d ?
- f** Los die vergelijking op.
- g** Wat kost de vakantie bij dat aantal dagen in beide landen?
- h** Bij welk aantal dagen is een vakantie naar Indonesië goedkoper dan een vakantie naar Frankrijk?

13

In een bad zit 1000 liter water. Het bad loopt leeg met een snelheid van 150 liter per minuut.

Een jacuzzi bevat 600 liter. Die loopt tegelijkertijd leeg, met een snelheid van 75 liter per minuut.

- a** Hoelang duurt het voordat het bad leeg is?
- b** Hoelang duurt het voordat de jacuzzi leeg is?
- c** Teken de tijd-hoeveelheid-watergrafiek (t horizontaal en w verticaal) voor het bad en de jacuzzi.

Voor het bad geldt de formule: $w = 1000 - 150t$.

- d** Druk ook voor de jacuzzi w uit in t .
- e** Stel een vergelijking op en bereken daarmee na hoeveel minuten er evenveel water in het bad zit als in de jacuzzi.
- f** Hoeveel liter zit er dan nog in de jacuzzi en in het bad?

12

KPN heeft voor mobiele telefonie drie FlexiBel abonnementen: Economy, Premium en Allround. Economy is voordelig als je maar weinig belt, Allround is juist voordelig als je heel veel belt.

In de tabel kun je de kosten voor elk van de drie abonnementen aflezen. De kosten bestaan uit vaste abonnementskosten en variabele gesprekskosten.

14.4 Vergelijkingen en grafieken

Abonnement	Economy	Premium	Allround
Abonnementskosten per maand	€ 8,95	€ 13,95	€ 18,95
Gesprekskosten per minuut			
Piek naar vast	30 cent	20 cent	15 cent
Dal naar vast	10 cent	10 cent	9 cent
Piek naar mobiel	45 cent	35 cent	30 cent
Dal naar mobiel	25 cent	21 cent	18 cent

Loes belt alleen tijdens daluren en altijd naar mobiel. Ze heeft nu een Premium-abonnement, maar ze vraagt zich af of ze niet beter een Allround-abonnement kan nemen.

- a Neem de tabel over en vul de kosten bij een Premium- en een Allround-abonnement in. Denk aan de abonnementskosten!

aantal minuten	0	100	200	400
kosten Premium				
kosten Allround				

- b Teken in een grafiek de aantal-minuten-kostengrafiek voor het Premium-abonnement en voor het Allround-abonnement.
- c Lees uit de grafiek af vanaf welk aantal belminuten per maand een Allround-abonnement voor Loes goedkoper is dan een Premium-abonnement.

Stel dat Loes m minuten per maand belt (alleen in de daluren en naar mobiel).

- d Wat zijn dan de kosten (in centen) per maand bij een Premium-abonnement? En wat zijn de kosten (in centen) per maand bij een Allround-abonnement?

We gaan met een vergelijking het aantal minuten m bepalen waarbij de kosten bij het Premium-abonnement gelijk zijn aan die bij een Allround-abonnement.

- e Stel een vergelijking op waaruit je dit aantal minuten kunt berekenen en los die vergelijking op.

Ben belt ook alleen in de daluren en ook altijd naar mobiel. Hij belt veel minder dan Loes. Ook hij heeft een Premium-abonnement, maar hij vraagt zich af of hij niet goedkoper uit is met een Economy-abonnement.

14.4 Vergelijkingen en grafieken

- f** Bereken bij welk aantal belminuten per maand de kosten bij een Premium-abonnement en de kosten bij een Economy-abonnement voor Ben even hoog zijn. Gebruik een vergelijking.

14

Het oplossen van de vergelijking $4x + 35 = 8x + 5$, kun je zien als het berekenen van de x -coördinaat van het snijpunt van twee rechte lijnen, de lijn met vergelijking $y = 4x + 35$ en de lijn met vergelijking $y = 8x + 5$.

- a** Teken de lijnen $y = 4x + 35$ en $y = 8x + 5$ in één assenstelsel. Zet x op de horizontale as ($0 \leq x \leq 10$) en y op de verticale as ($0 \leq y \leq 90$).
- b** Bereken de x -coördinaat van het snijpunt door de vergelijking $4x + 35 = 8x + 5$ op te lossen.
Hoe groot is de y -coördinaat van het snijpunt?

14.5 Meer vergelijkingen

Herhaling klas 1

15

- a Bereken (de eerste is al als voorbeeld gedaan, x is een variabele).

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{3}$$

$$5 \cdot \frac{13}{5}$$

$$5 \cdot \frac{x}{5}$$

$$3 \cdot \frac{2}{3}x$$

$$\frac{5}{7}x \cdot 7$$

- b Neem over in je schrift en vul in.

$$\dots \cdot \frac{3}{7} = 3$$

$$9 \cdot \dots = 4$$

$$\dots \cdot \frac{6}{x} = 6$$

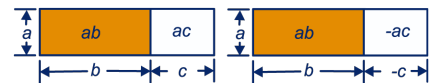
$$5 \cdot \dots = x$$

$$\frac{5}{x+2} \cdot \dots = 5$$

Volgens de **distributiewetten** geldt:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$



16

Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$3(4 - 6x)$$

$$-4(2x - 5)$$

$$\frac{2}{3}(6 - 15x)$$

$$-4 + 7x - 6 - 4x + 2$$

$$3(-4x - 8) - 10 + 5(2x - 3)$$

17

Neem over in je schrift en vul in.

$$3y - 36 + \dots = 3y$$

$$-5t + \dots - 17 = -17$$

$$-3 + \dots + 2x = 0$$

18

Los op en controleer je antwoord.

$$3y + 2 = y - 24$$

$$2t - 1 = 7 - t$$

$$3(x + 6) = x - 20$$

$$2(y - 5) = 3(y - 6)$$

$$3(x + 4) = 4(x + 3)$$

$$3(1 + f) = f - 2$$

14.5 Meer vergelijkingen

Systematisch oplossen

We gaan nu vergelijkingen oplossen die ingewikkelder zijn omdat er breuken in voorkomen.

Hierbij is flink wat gerekend met breuken. Het kan allemaal eenvoudiger als je meteen de breuken wegwerkt. Dat doe je door te vermenigvuldigen met de noemers! Als volgt:

Om de noemers weg te werken hebben we vermenigvuldigd met 3 en daarna nog eens met 2. Dat had ook in één keer gekund door te vermenigvuldigen met 6.

19

We gaan de vergelijking $4 + \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x + 3$ oplossen.

- a Met welk getal moet je vermenigvuldigen om in één klap de breuken weg te krijgen?
- b Los de vergelijking op. Controleer ook je antwoord.

20

Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord. Bedenk goed met welk getal je moet vermenigvuldigen om in één klap alle breuken weg te krijgen.

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{5}x - 1 & \frac{f}{3} = 4 - f \\ -\frac{5}{8}x - 2\frac{2}{3} = \frac{1}{2}x + 6\frac{1}{3} & \frac{t-6}{t} = 3 \\ 0,3y - 1 = 3 - 0,1y & \frac{5}{p+1} = 4 \end{array}$$

20

Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord.

$$\begin{array}{ll} \frac{5}{x} + 2 = -\frac{5}{2x} + 5 & \frac{3x-8}{7} = \frac{2}{7}x - 1 \\ \frac{-7}{2x+1} = -2\frac{4}{5} & \frac{x}{x+1} = 1 - \frac{5}{x} \end{array}$$

In de volgende vergelijkingen komen haakjes en breuken voor. Je kunt dat soort vergelijkingen oplossen door het volgende schema te volgen.

Voorbeeld

Controleren:

$$\frac{1}{3}(x - 4) + 3x = \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2} - 4\right) + 3 \cdot -\frac{1}{2} = -3$$

$$2\left(x + \frac{1}{2}\right) - 3 = 2\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - 3 = -3$$

Conclusie: als $x = -\frac{1}{2}$, dan is het linkerlid gelijk aan het rechterlid.

21

Los de volgende vergelijkingen op.

$$2\left(x + \frac{1}{5}\right) + x = 6 - x$$

$$5 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}(x + 2)$$

$$\frac{12-x}{x} = -3$$

$$2(x + 4) + 3(x - 5) = -17$$

$$\frac{5}{7}(x - 5) = \frac{2}{3}(2x + 27) - 81$$



14.5 Meer vergelijkingen

22

Janneke wil de vergelijking $\frac{2}{3}(x + 5) = \frac{1}{2}(9 - x) + 7$ oplossen zonder eerst de haakjes weg te werken. Ze vermenigvuldigt beide kanten van de vergelijking met 6. De vergelijking wordt dan volgens haar: $4(6x + 30) = 3(54 - 6x) + 42$.

- a Los die vergelijking op.
- b Controleer het antwoord in de vergelijking $\frac{2}{3}(x + 5) = \frac{1}{2}(9 - x) + 7$.

Zoals je ziet klopt je antwoord niet in de oorspronkelijke vergelijking die Janneke wilde oplossen.

- c Wat heeft Janneke verkeerd gedaan?

14.6 Vergelijkingen opstellen

23

Een koe weegt 500 pond plus de helft van haar eigen gewicht.
Wat weegt de koe?
Noem het gewicht van de koe x .
Stel een vergelijking op voor x en los die op.



In opgaven zoals de vorige wordt er een verhaaltje verteld over een onbekend getal. Je moet op grond van dat verhaaltje een vergelijking opstellen. Vroeger (en nu ook nog wel) begon men met de zin "Stel dat getal is x ; dan geldt: ... ". Daarom stelde Simon Stevin voor in plaats van het vreemde woord "algebra" voortaan "stelkunde" te gebuiken. Dat voorstel is in Nederland niet overgenomen.

Stevin heeft wel vaker voorgesteld vreemde woorden te vervangen door zuiver Nederlandse woorden, want - zo redeneerde hij - dan kan het volk beter begrijpen wat er bedoeld wordt. Zo danken we aan hem het woord "wiskunde" (in plaats van "mathematica"), het woord "meetkunde" (in plaats van "geometrie"), het woord "driehoek" (in plaats van "triangel") en het woord "omtrek" (in plaats van "perimeter"). Als je hier meer over wilt weten, ga dan op internet naar: [stevin](#).



24

Een man at zestig druiven in drie dagen. Elke dag at hij er acht meer dan de dag ervoor. Hoeveel druiven at de man de eerste dag?

Noem het aantal druiven dat hij de eerste dag at d .

- a Hoeveel druiven at de man de tweede dag (uitgedrukt in d)? En de derde dag?
- b Stel een vergelijking op voor d en los die op.
- c Hoeveel druiven at de man op dag één? En op dag twee? En op dag drie?

25

Twee appels kosten net zo veel als één kiwi. Zes kiwi's en acht appels kosten samen € 5,-. Wat kost een appel en wat kost een kiwi?

Noem de prijs van een appel a .

- a Wat is dan de prijs van een kiwi (uitgedrukt in a)?
- b Stel een vergelijking op voor a en los die op.
- c Wat kost een appel? En een kiwi?

26

Over drie jaar is Anne twee keer zo oud als ze vijf jaar geleden was.

Noem de leeftijd van Anne op dit moment x .

- a Hoe oud is Anne dan over drie jaar? En hoe oud was ze vijf jaar geleden?
- b Stel een vergelijking op voor x en los die op.

14.6 Vergelijkingen opstellen

24

De heer Frank gaat een muurtje bouwen. Zijn buurjongens Henk en Fred helpen met stenen sjouwen. 's Morgens sjouwt Henk drie keer zoveel stenen als Fred. 's Middags sjouwt Henk nog 58 stenen en Fred nog 12. Samen hebben ze op die dag 410 stenen versjouwd.

Het aantal stenen dat Fred 's morgens versjouwd heeft noemen we x .

Stel een vergelijking op voor x en bereken hieruit hoeveel stenen Fred in totaal versjouwd heeft.

25

Op het verjaardagsfeestje van Wendy zijn er voor ieder kind zes glaasjes fris. Onverwacht komen er ook nog drie nichtjes binnen. Nu zijn er nog vijf glaasjes fris voor ieder kind.

Hoeveel kinderen waren er op het feestje voordat de nichtjes binnenkwamen?

Noem het aantal kinderen, voordat de nichtjes kwamen, k .

Stel een vergelijking op en bereken hoeveel kinderen er op het feestje waren voordat de nichtjes binnenkwamen.

Kangoeroe 2002

26

Een olievat bevat 30 liter meer als het voor 30% leeg is dan wanneer het voor 30% vol is.

Hoeveel liter bevat het vat wanneer het vol is?

Noem het aantal liter in het vat l .

Stel een vergelijking op en bereken hoeveel liter er in het vat kan.

Kangoeroe 2003

27

Karel neemt een getal in gedachten. Hij vermindert dit getal met 3. Dan vermenigvuldigt hij de uitkomst met 4. Daarna telt hij 5 op bij de nieuwe uitkomst. De laatste uitkomst is tweemaal zo groot als het getal waarmee hij begon. Noem het getal dat Karel in gedachten heeft genomen x .

Stel een vergelijking op voor x en los die op.

28

Ian Watkins, een Australische boer, heeft op zijn farm alleen kippen en schapen. In totaal telt hij 49 dieren en 140 poten. Noem het aantal kippen k .

- Hoeveel schapen heeft hij? Druk je antwoord uit in k .
- Hoeveel poten telt hij? Druk je antwoord uit in k .
- Hoeveel kippen en hoeveel schapen heeft de boer? Stel een vergelijking op voor k en los deze vergelijking op.

14.6 Vergelijkingen opstellen

29

Truus doet bij de melkboer boodschappen voor zichzelf en haar buurvrouw Henny. Voor zichzelf koopt ze 5 pakken melk en 3 pakken yoghurt. Voor Henny koopt ze 7 pakken melk en 5 pakken yoghurt. Ze heeft aan de melkboer gevraagd om op te schrijven hoeveel ze zelf moet betalen en hoeveel Henny. Als Truus bij Henny komt om af te rekenen, blijkt de melkboer er een raadsel van te hebben gemaakt. Op het briefje staat het volgende. Een pak yoghurt kost 20 cent meer dan een pak melk. De 12 pakken melk en de 8 pakken yoghurt kosten samen € 14,—.

De prijs van een pak melk noemen we m (cent).

- a Hoeveel kosten de 12 pakken melk en hoeveel de 8 pakken yoghurt? Werk in centen. Druk je antwoorden uit in m .
- b Stel een vergelijking op voor m en los die op. Hoeveel moet Truus betalen en hoeveel moet Henny betalen?

28

Als Jan 3 km dichterbij school zou wonen, zou hij half zo ver van school wonen als wanneer hij 5 km verder van school zou wonen. Noem de afstand die Jan van school woont x (km). Stel een vergelijking op voor x en los die op.

29

Willem fietst gewoonlijk in 40 minuten van huis naar school. Als Willem 5 km per uur harder fietst, dan is hij 10 minuten eerder op school.

Noem de snelheid (in km/uur) waarmee Willem gewoonlijk fietst v .

- a Druk de afstand van huis naar school op twee manieren uit in v . Bedenk dat: $\text{afstand} = \text{snelheid} \times \text{tijd}$.
- b Stel een vergelijking op en bereken daarmee de snelheid waarmee Willem gewoonlijk naar school fietst.
- c Hoe ver woont Willem van school?

30

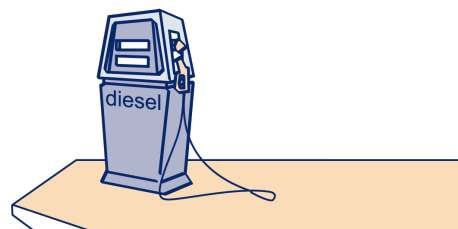
Janneke koopt in de supermarkt 6 zakken chips, 8 flessen cola en 4 pakken koekjes. In totaal moest ze € 17,30 betalen. Een fles cola kost 30 cent meer dan een zak chips en een pak koekjes 40 cent minder dan een fles cola.

Noem de prijs van een zak chips c .

Stel een vergelijking op voor c en bereken hoe duur een zak chips, een fles cola en een pak koekjes zijn.

31

Ben gaat een nieuwe auto kopen. Hij heeft gekozen voor de Ford Escort, die zowel met een benzine- als met een dieselmotor geleverd kan worden. Vanwege zijn beroep rijdt Ben veel en hij vraagt zich dan ook af of hij een diesel aan zal schaffen. De brandstofprijs per gereden kilometer is voor diesel € 0,11 en voor benzine € 0,15. Daartegenover staat dat de dieselauto aan belasting



14.6 Vergelijkingen opstellen

en verzekering per jaar € 3520,– kost en de benzineauto maar € 2240,–.

We vragen ons af hoeveel kilometer per jaar Ben minstens moet rijden, om met een dieselauto goedkoper uit te zijn.

Het aantal kilometers dat Ben per jaar rijdt, is k .

- a** Bereken k in het geval dat de kosten per jaar voor de dieselauto en de benzineauto even hoog zijn. Hoe hoog zijn de kosten in dat geval voor beide auto's?
- b** Hoeveel km per jaar moet Ben rijden om met een dieselauto goedkoper uit te zijn?

14.6 Vergelijkingen opstellen

Negentig leerlingen kopen elk een rekenmachine. Een deel van de leerlingen koopt er een van het merk Casio; deze kosten € 8,– per stuk. De rest koopt er een van het merk Texas. Deze kosten € 10,– per stuk.

Stel dat 20 leerlingen een Casio kopen.

- Hoeveel leerlingen kopen er dan een Texas?
- Hoeveel moet er dan in totaal betaald worden voor de 90 rekenmachines?
- Neem de tabel over en vul hem verder in.

aantal Casio	20	40	60	80
aantal Texas				
totaalprijs				

Voor de negentig machines wordt in totaal € 782,– betaald. We willen weten hoeveel leerlingen een Casio hebben besteld en hoeveel leerlingen een Texas.

Het aantal leerlingen dat een rekenmachine van merk Casio koopt noemen we x .

- Hoeveel leerlingen hebben er dan een Texas besteld (uitgedrukt in x)?
- Hoeveel is er in totaal voor de Casio's betaald (uitgedrukt in x)? En hoeveel is er voor de Texassen betaald (ook uitgedrukt in x)?
- Stel een vergelijking op voor x en los die op. Controleer je antwoord.
- Hoeveel machines worden er van elk van de twee merken gekocht?



33

Boer Berends heeft een vierkante akker. Langs die akker komt een weg. Daarom moet hij aan de noordkant een strook van 10 meter breed afstaan.

Van de gemeente krijgt hij er aan de oostkant een andere strook voor in de plaats. Die strook heeft een breedte van 12 meter.

De oppervlakte van de strook die Berends moet afstaan is net zo groot als de oppervlakte van de strook die hij terugkrijgt.

Uit deze gegevens kunnen we de afmetingen van de vierkante akker van Berends berekenen. De breedte van de vierkante akker noemen we x .

Stel een vergelijking op voor x en los hem op.



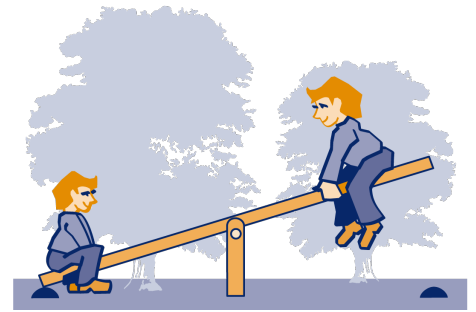
14.7 Balansen

34

In de catalogus van Eibe lezen we het volgende.

"Deze ontwikkeling van Eibe biedt de oplossing voor een probleem waar reeds heel wat ouders mee af te rekenen hebben gehad. Dankzij de verstelbare zit op één zijde van de wipbalk kunnen personen met een verschillend gewicht nu toch samen op de wip.

De wipbalken zijn vervaardigd uit gelaagd hout. De verticale paaltjes uit kernvrij massief hout werden voorzien van de typische Eibe-rondkop."



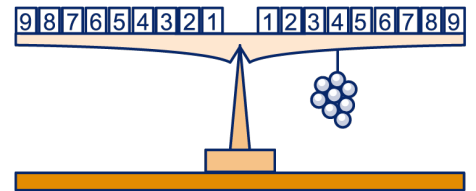
Stel dat Anne samen met Egon op de wip gaat. Anne weegt 25 kg en zit op 2 meter van het draaipunt. Egon weegt 50 kg. Egon moet dichterbij het draaipunt gaan zitten om het wippen goed te laten verlopen.

Heb je enig idee hoe dicht?

35

Bekijk de getekende balans. Bij de balans horen gewichtjes die allemaal even zwaar zijn. De gewichtjes kun je op verschillende plaatsen aan de balans hangen. Op plaats 4 hangen 8 gewichtjes.

- Naar welke kant slaat de balans door als je aan de linkerarm 6 gewichtjes op plaats 4 hangt?
- En als je 8 gewichtjes op plaats 6 hangt?



Anne heeft ontdekt dat de balans in evenwicht is als je aan de linkerkant 4 gewichtjes op plaats 8 hangt.

In de tabel zie je in welke andere gevallen je ook evenwicht krijgt.

plaats	8	4	2	1
aantal gewichtjes	4	8	16	32

Let eens op het product:

plaats $\times$ aantal gewichtjes.

- Welke uitkomst krijg je steeds?

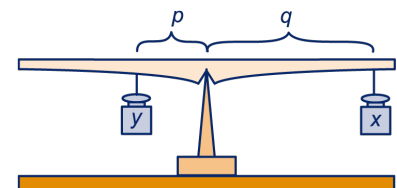


Als een balans in evenwicht is, dan is het product *plaats $\times$ aantal gewichtjes* links en rechts gelijk.

36

De balans in figuur 1 is in evenwicht.

- Welke gelijkheid geldt voor p , q , x en y ?

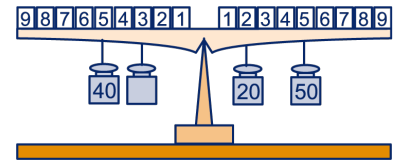


figuur 1

14.7 Balansen

De balans in figuur 2 is in evenwicht.

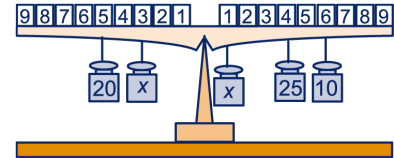
- b** Wat is het onbekende gewicht.



figuur 2

De balans in figuur 3 is in evenwicht.

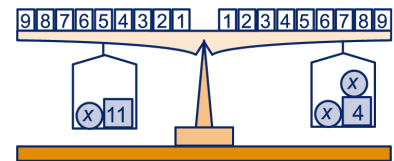
- c** Stel een vergelijking op en bereken hieruit het onbekende gewicht x .



figuur 3

De balans in figuur 4 is in evenwicht.

- d** Stel een vergelijking op en bereken hieruit het onbekende gewicht x .



figuur 4

37

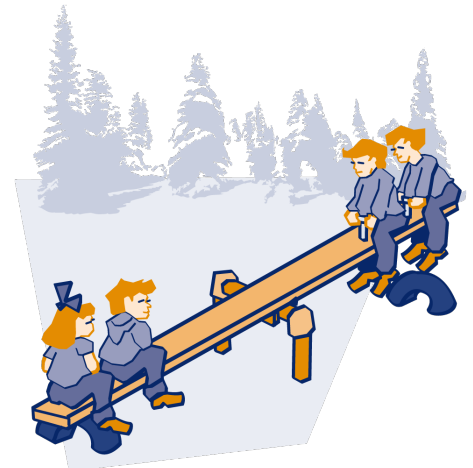
De tweeling Bob en Dirk gaan met Ad en Carola naar de speeltuin. Ze gaan met z'n vieren op één wip.

Ad en Carola zitten elk op een uiteinde, 2 meter van het draaipunt. Bob zit aan de kant van Ad, op 1 meter van het draaipunt. Dirk zit aan de kant van Carola, op $1\frac{1}{2}$ meter van het draaipunt. Zo kunnen ze goed wippen.

Ad weegt 45 kg en Carola weegt $39\frac{1}{2}$ kg. Bob en Dirk zijn even zwaar; hoe zwaar weten we niet.

Noem het gewicht van Bob x .

- a** Maak een balansplaatje van de wip. Verwerk daarin de bovenstaande gegevens.
b Stel een vergelijking op en bereken het gewicht van Bob.



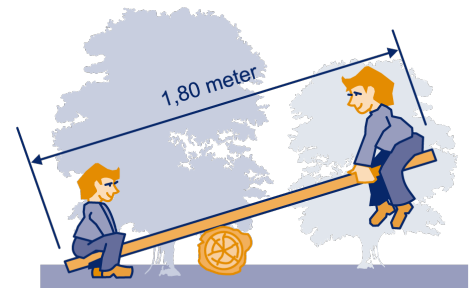
37

Willem en Maarten hebben een plank gevonden. Ze willen er mee wippen over een omgevallen boom. Willem en Maarten zijn niet even zwaar en de kunst is om de plank zo neer te leggen dat ze goed kunnen wippen als ze allebei op het einde van de plank gaan zitten.

Willem weegt 35 kg en Maarten weegt 25 kg.

De plank is 1,80 meter lang.

Stel een vergelijking op en bereken waar de boom de plank moet ondersteunen.



14.8 Eindpunt

weegschaalmethode

Om het onbekende gewicht op een weegschaal te vinden, doe je steeds twee dingen:

- je haalt van beide schalen hetzelfde gewicht af (of doet het erbij),
- je neemt van beide schalen hetzelfde deel.

Zonder weegschaal komt dat hier op neer:

- je trekt van beide leden hetzelfde getal af (of telt het erbij op),
- je deelt beide leden door hetzelfde getal (of vermenigvuldigt ze ermee).

systematisch oplossen

Elke vergelijking kun je oplossen volgens het volgende schema.

Voorbeeld

$$\frac{1}{3}(2x - 5) + \frac{3}{4} = x - 1$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} + \frac{3}{4} = x - 1$$

$$8x - 20 + 9 = 12x - 12$$

$$8x - 11 = 12x - 12$$

$$1 = 4x$$

$$\frac{1}{4} = x$$

Controle:

$$\frac{1}{3}(2x - 5) + \frac{3}{4} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - 5\right) + \frac{3}{4} = -1\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$x - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

Conclusie: als $x = \frac{1}{4}$ zijn linker- en rechterlid gelijk.



vergelijkingen opstellen en grafieken

Een energiezuinige koelkast *EK* kost € 710,- en verbruikt € 60,- aan stroom per jaar. Een goedkope koelkast *GK* kost € 390,- en verbruikt € 100,- aan stroom per jaar.

Als je de gebruikskosten wilt vergelijken met grafieken, is het handig om de volgende tabel te maken.

aantal jaren	0	5	10	15
kosten <i>EK</i>	710	1010	1310	1610
kosten <i>GK</i>	390	890	1390	1890

14.8 Eindpunt

Bij de tabel horen twee grafieken.

Denk aan de namen bij de assen en dat elk stapje op de horizontale as hetzelfde is. Dit geldt ook voor de verticale as.

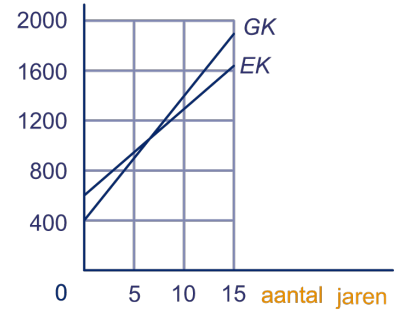
Stel dat we het aantal jaren a noemen. Dan zijn de kosten na a jaar voor EK gelijk aan $710 + 60a$ en voor GK gelijk aan $390 + 100a$.

Met een vergelijking kunnen we nu het aantal jaren uitrekenen waarbij de kosten voor EK en GK gelijk zijn.

Die vergelijking is: $710 + 60a = 390 + 100a$.

De oplossing is $a = 8$, dus na 8 jaar.

kosten (euro)



Je kunt het antwoord controleren door de kosten van EK en GK na 8 jaar uit te rekenen.

Kosten EK na 8 jaar = $710 + 8 \cdot 60 = \text{€ } 1190,-$.

Kosten GK na 8 jaar = $390 + 8 \cdot 100 = \text{€ } 1190,-$.

Je ziet dat de kosten na 8 jaar inderdaad gelijk zijn.

vergelijkingen opstellen

Ton is één jaar jonger dan Janneke en elf jaar ouder dan Gerd. Samen zijn ze 92 jaar. Hoe oud is ieder?

Noem de leeftijd van Ton x . Dan is Janneke $x + 1$ jaar en Gerd $x - 11$ jaar.

Een vergelijking voor x is dan $x + (x + 1) + (x - 11) = 92$.

De oplossing is $x = 34$.

Dus Ton is 34, Janneke is 35 en Gerd is 23 jaar oud.

balansen

Als een balans in evenwicht is, dan is het product *plaats* $\times$ *aantal gewichtjes* links en rechts gelijk.

De balans hiernaast is in evenwicht.

De vergelijking die er bij hoort is:

$$2(3x + 4) = 3\left(4x + 1\frac{1}{3}\right)$$

De oplossing is $x = \frac{2}{3}$.

Controle:

$$2\left(3 \cdot \frac{2}{3} + 4\right) = 12$$

$$3\left(4 \cdot \frac{2}{3} + 1\frac{1}{3}\right) = 12$$



14.9 Extra opgaven

1



Gerd weegt 25 kg minder dan Ton. Ton is 12 kg zwaarder dan Janneke. Met z'n drieën wegen we 308 kg.

Noem het gewicht van Janneke x .

- Druk het gewicht van Ton en Gerd uit in x . Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.
- Hoe zwaar is ieder? Stel hierbij een vergelijking op in x en los hem op.

2



Van driehoek PQR is hoek Q 12° meer dan hoek P . Hoek R is twee keer zo groot als hoek Q .

De grootte van hoek Q noemen we q .

- Druk hoek P en hoek R uit in q .
- Hoe groot zijn de hoeken van driehoek PQR ? Stel een vergelijking op in q en los die op.

3



Janneke koopt voor het verjaardagsfeestje van Teun in de supermarkt zakjes snoep en drinken. Een fles drinken is twee keer zo duur als een zakje snoep. Acht zakjes snoep en vijf flessen drinken kosten €9,72.

Noem de prijs van een fles drinken d .

Stel een vergelijking op in d en bereken daarmee de prijs van een zakje snoep en een fles drinken.

4



Van een vierkant zijn de afmetingen $2x - 6$ cm en van een rechthoek zijn de afmetingen $x + 12$ bij $x - 9$ cm.

Bereken x als de omtrek van het vierkant 16 cm meer is dan de omtrek van de rechthoek. Wat zijn de afmetingen dan van het vierkant en van de rechthoek?

Stel hierbij een vergelijking op in x en los die op.

Maak eventueel een schets van de situatie.

5



Tot mijn honderdste verjaardag heb ik nog een aantal jaren te leven. Mijn leeftijd nu is tweederde van dát aantal jaren.

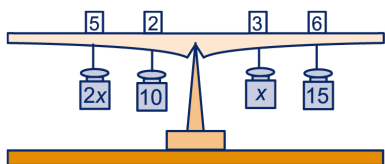
Hoe oud ben ik nu?

Kangoeroe 2006

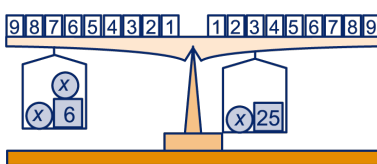
6



De getekende balansen zijn in evenwicht.



figuur 1



figuur 2

Stel voor beide een vergelijking op en bereken het onbekende gewicht x .

14.9 Extra opgaven

7



Los de volgende vergelijkingen op. Controleer ook je antwoord.

$$10x - 1 = 4x + 2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = 3x - 5$$

$$8 - 5x = x - 22$$

$$\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4}$$

$$3x - 7 = 6x + 8$$

$$0,1x - 3 = 1 + 0,3x$$

$$3(x - 2) = 5(x - 4)$$

$$\frac{5x}{3} = x + 1$$

$$11 - 2x = 3(1 - 2x)$$

$$\frac{x+1}{2} = 8 - 2x$$

$$2(3x - 1) = 4x + 3$$

$$\frac{6-3x}{x} = 3$$

$$x = 4(x - 1) + 4$$

$$\frac{6-2x}{2x+5} = \frac{2}{3}$$

8



Dennis en Brenda spelen Mens-erger-je-niet. Omdat Dennis minder sterk speelt dan Brenda, hebben ze het volgende afgesproken.

- als Brenda een spelletje wint, krijgt ze 2 punten,
- als Dennis een spelletje wint, krijgt hij 3 punten,
- de verliezer krijgt geen punten.

Op een gegeven moment zijn er achttien spelletjes gespeeld. Brenda heeft er daarvan x gewonnen.

- a** Hoeveel punten heeft Brenda? En hoeveel punten heeft Dennis? (Druk je antwoord uit in x)

Brenda blijkt na de achttien spelletjes een voorsprong van 6 punten te hebben.

- b** Leid hieruit een vergelijking af voor x en los die op.

9

In de figuur zie je een grafiek van de rit van een Opel die op een snelweg om precies 12.00 uur het km-paaltje 30,0 passeert.

14.9 Extra opgaven

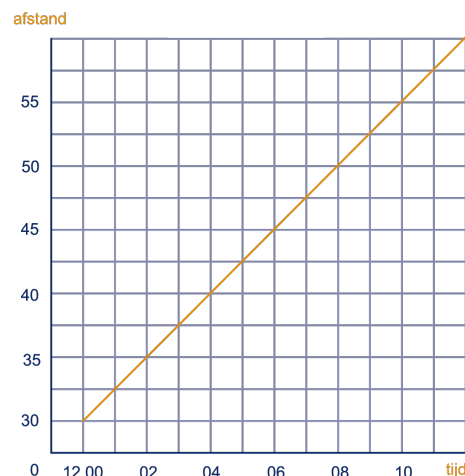
- a** Hoe hard rijdt de Opel (in km per uur)?

De veel te hard rijdende Opel wordt door de rijkspolitie opgemerkt en die zet de achtervolging in. Om 12.02 passeert de Porsche van de rijkspolitie het km-paaltje 30,0. Hij achtervolgt de Opel met een snelheid van 180 km per uur.

- b** Neem de tijd-afstandtabel over en vul hem in.

aantal minuten over twaalf	0	2	5	10	15
afstand Opel tot begin van de weg	30				
afstand Porsche tot begin van de weg		30			

- c** Neem de grafiek over en teken daarin de tijd-afstandgrafiek voor de Porsche.
d Wat is de afstand van de Opel tot het begin van de weg om t minuten over 12? En van de Porsche?



We willen weten op welk moment de Porsche de Opel inhaalt.

- e** Stel een vergelijking op waarmee je dit tijdstip kunt berekenen en los deze vergelijking op.
f Op hoeveel km vanaf het begin van de weg wordt de Opel ingehaald door de Porsche?
g Op welk tijdstip reed de Porsche twee kilometer achter de Opel? Stel een vergelijking op en los deze op.
h Bij welk kilometerpaaltje is de Opel dan? En bij welk de Porsche?

10



Een kaars brandt regelmatig. Na 42 minuten branden is hij nog 29 cm lang, na 75 minuten is hij nog 18 cm lang.

- a** Hoeveel cm wordt de kaars per minuut korter? Wat was de oorspronkelijke lengte van de kaars?
b Druk de lengte l (in cm) uit in het aantal minuten t dat de kaars gebrand heeft.

Tegelijk met deze kaars werd een andere, wat dunnere kaars aangestoken. Deze dunne kaars was oorspronkelijk 52 cm lang en hij wordt elke minuut een halve cm korter.

- c** Druk ook voor deze kaars zijn lengte uit in het aantal minuten t dat hij gebrand heeft.
d Teken voor beide kaarsen de tijd-lengte-grafiek.
e Bereken met behulp van een vergelijking na hoeveel minuten branden de twee kaarsen even lang zijn.
f Hoe lang zijn de kaarsen dan?



14.9 Extra opgaven

11



Erik heeft 7 jongens meer als klasgenoot dan meisjes. In zijn klas zijn er twee keer zoveel jongens als meisjes. In deze klas zit ook Janneke. We vragen ons af hoeveel meisjes zij heeft als klasgenoot.

Noem het aantal jongens j en het aantal meisjes m .

- a Welke twee vergelijkingen tussen j en m volgen hieruit?
- b Schrijf beide vergelijkingen in de gedaante $j = \dots\dots$
- c Stel een vergelijking op en bereken hoeveel meisjes Janneke als klasgenoot heeft.

Kangoeroe 2001

12



Tim en Tom spelen een spelletje ping-pong. We bekijken de stand op een zeker moment. Als Tim twee punten meer zou hebben, dan zou hij twee keer zoveel punten hebben als Tom. Als Tim vier punten minder zou hebben, dan had Tom twee keer zoveel punten als Tim.

We vragen ons af hoeveel punten Tim heeft en hoeveel Tom.

Noem het aantal punten dat Tom heeft x en het aantal punten dat Tim heeft y .

- a Welke twee vergelijkingen tussen x en y volgen hieruit?
- b Schrijf beide vergelijkingen in de gedaante $x = \dots\dots$
- c Stel een vergelijking op en bereken hoeveel punten Tim heeft.
- d Hoeveel punten heeft Tom dan?

Kangoeroe 2004

14 Vergelijkingen pilot

- 1 Noem het getal dat Daan heeft opgeschreven x en vereenvoudig.
- 2 Neem x voor het aantal van Piet en stel een vergelijking op.
- 3 De vergelijking is $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$.
- 4 Bereken eerst $\angle ADB$.
- 5 Neem x voor $\angle CAD$ en druk $\angle HSA$ uit in x .
- 6 Kies uur als eenheid van tijd; dan komt 40 minuten overeen met $\frac{2}{3}$ uur en 30 minuten met $\frac{1}{2}$ uur.
- 7 Het aantal koeien is $\dots - x$.
- 8 Vermenigvuldig eerst met 15.

14 Vergelijkingen

g

gelijknamige breuken 36

k

kleinste gemeenschappelijke veelvoud
36

l

linkerlid 6, 41

n

noemer van een breuk 35

o

oplossen 6, 41

r

rechterlid 6, 41

t

teller van een breuk 35

v

vergelijking 6, 41