

De Wageningse Methode

Naam:

Zelftoets 6 havo 4 wisB Sinus & co



- 1 Een beker wordt onder twee kranen geplaatst. De twee kranen worden allebei om 12.00 uur precies een klein stukje opengedraaid. De linker kraan geeft een druppel na 2 seconden en verder na elke 2 seconden weer een druppel. De rechter kraan geeft na 3 seconden een druppel en verder na elke 3 seconden weer een druppel.

- Hoeveel druppels vallen er per minuut?
- Geef de eerste vijf tijdstippen waarop er twee druppels tegelijk in de beker vallen.
- Met 1238 druppels is de beker vol. Op welk tijdstip raakt de beker vol?

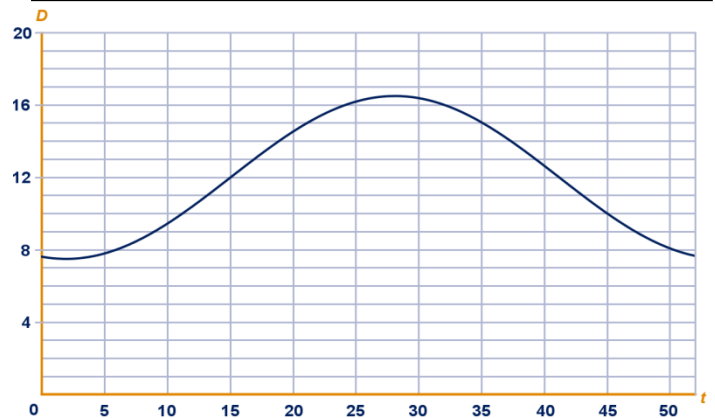
Naar: wiskunde olympiade 1997, 1^e ronde, opgave B2



- 2 In de winter zijn de dagen korter dan in de zomer. Deze opgave gaat over de daglengte D : dat is de tijdsduur tussen zonsopkomst en zonsondergang (in uren).

Hiernaast staat de grafiek van D als functie van de week t van het jaar ($0 \leq t \leq 52$): $D = a + b \cdot \sin(c(t - d))$.

- Bepaal de getallen a , b , c en d . Licht je antwoord toe.



- Bereken algebraïsch voor welke t tussen 0 en 52 geldt: $D = 15$. Rond af op een gehele waarde.

- 3 Bepaal alle exacte oplossingen tussen 0 en 2π van de volgende vergelijkingen:

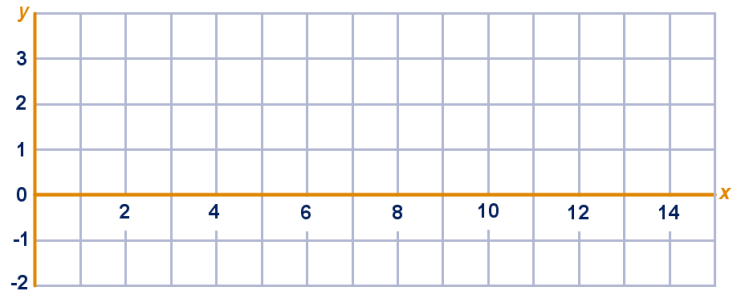
a $\sin(x) = \sin\left(\frac{4}{5}\pi\right)$

b $\cos(2x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

c $\sin\left(\frac{4}{5}x\right) = \frac{1}{2}$

4 Van een sinusoiden is de evenwichtswaarde 1, de amplitude 2, de periode 4 en het snijpunt met de y -as is $(0,-1)$.

a Teken de sinusoiden in het rooster.

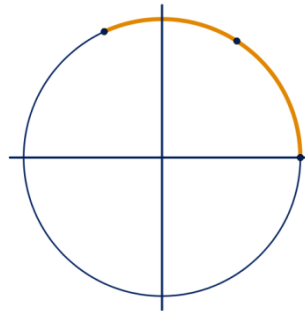


b Stel een formule op voor de sinusoiden m.b.v. de sinus.
Geef ook een formule m.b.v. de cosinus.

c De grafiek wordt eerst met 2 eenheden naar boven geschoven, daarna 1 naar rechts en tenslotte vermenigvuldigd met factor $1\frac{1}{2}$ ten opzichte van de x -as.
Geef een formule voor de nieuwe sinusoiden.

5 Hiernaast is de eenheidskring getekend. Anneke past, te beginnen in het punt $(1,0)$, 100 keer in positieve richting de straal van de eenheidskring af langs de cirkelomtrek. De eerste 2 keer zijn vet aangegeven.

Teken zo nauwkeurig mogelijk het eindpunt van 100 keer de straal. Toelichten.



Toelichting:

6 We bekijken de vergelijking: $2 \cdot \cos(7x) = p$.

a Voor welke waarden van p heeft de vergelijking geen oplossingen?

b Bereken exact voor welke waarde van p het getal $\frac{1}{6}\pi$ een oplossing is.

7 Hiernaast staat een stuk van de grafiek van een functie f . De grafiek bestaat uit op elkaar aansluitende halve cirkels; het patroon zet zich oneindig ver voort naar links en naar rechts.

Voor $0 \leq x \leq 6$ geldt de formule

$$f(x) = \sqrt{6x - x^2}.$$

a Bereken $f(100)$.

b Bereken *alle* getallen x waarvoor geldt:

$$f(x) = f(1).$$

Gebruik de variabele k voor een willekeurig geheel getal.

