

OP VOLGORDE VAN GROOTTE

We bekijken de breuken tussen 0 en 1, die niet vereenvoudigd kunnen worden, met noemer kleiner dan of gelijk aan 4. Dat zijn op volgorde van grootte:

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{1}.$$

- a Zet zo ook op volgorde van grootte de breuken tussen 0 en 1, die niet vereenvoudigd kunnen worden, met noemer kleiner dan of gelijk aan 5.

Ook de breuken die niet vereenvoudigd kunnen worden, met noemer kleiner dan of gelijk aan 8.

Bekijk twee opeenvolgende breuken in de rij; het maakt niet uit welk tweetal. Vermenigvuldig de teller van de eerste met de noemer van de tweede en omgekeerd.

- b Wat valt je op?

Bekijk drie opeenvolgende breuken in de rij; het maakt niet uit welk drietal.

Let op hun tellers en hun noemers.

- c Wat valt je op?

Toelichting voor de docent

De rij van alle breuken tussen 0 en 1 (inclusief 0 en 1 zelf), met noemer kleiner dan of gelijk aan n , die niet vereenvoudigd kunnen worden, op volgorde van grootte vormen het zogenaamde Farey-rijtje van orde n . Zie

http://en.wikipedia.org/wiki/Farey_sequence

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Mathematicians/Farey.html>

Opmerking

Als $\frac{a}{b}$ en $\frac{c}{d}$ twee verschillende breuken zijn, en je telt die fout op als volgt: $\frac{a+c}{b+d}$, dan krijg je altijd een breuk die tussen $\frac{a}{b}$ en $\frac{c}{d}$ in ligt.

Met deze foute optelling kun je een Farey rijtje construeren. Begin met $\frac{0}{1}$ en $\frac{1}{1}$; zet die flink ver uit elkaar.

Tel de tellers op en de noemers en je hebt een breuk daartussen in. Doe dat steeds met twee breuken die naast elkaar staan. Ga daarmee door totdat je alle breuken met noemer kleiner dan of gelijk aan n hebt gehad.

Opvallend is dat je steeds onvereenvoudigbare breuken krijgt. Bovendien krijg je ze allemaal.

Bij deze opdracht komt vereenvoudigen van breuken aan de orde. Ook moeten breuken worden vergeleken en daarvoor gelijknamig worden gemaakt. Deze opdracht kan de opgaven 12 t/m 18 uit hoofdstuk 7 vervangen.

Werkwijze

Dit is een bewerkelijke opdracht. Leerlingen in groepjes kunnen het werk verdelen.

Antwoorden

a $\frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1}$

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{1}{1}$$

- b Als $\frac{a}{b}$ en $\frac{c}{d}$ twee opvolgende breuken zijn, dan is het verschil tussen ad en bc altijd 1 (of -1).

- c Als $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ en $\frac{e}{f}$ drie opvolgende breuken zijn, is $\frac{c}{d}$ altijd gelijk aan $\frac{a+e}{b+f}$ (eventueel moet er nog vereenvoudigd worden).