

EEN AFTELLING VAN DE BREUKEN

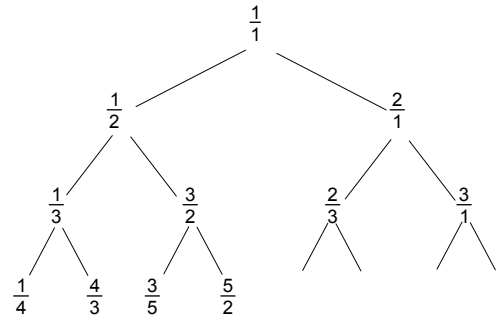
We gaan een "mobiel" maken waarin alle breuken voorkomen die niet kunnen worden vereenvoudigd. Eerst spreken we af dat een positieve breuk twee "ouders" heeft:

de "vader" van $\frac{a}{b}$ is $\frac{a}{a+b}$, de "moeder" van $\frac{a}{b}$ is $\frac{a+b}{b}$

Nu maken we een oneindig mobiel van breuken volgens de regel: Linksonder een breuk staat zijn vader, rechtsonder zijn moeder.

We beginnen bovenaan met de eerste laag $\frac{1}{1}$.

Hiernaast staat een begin.



- a** Maak het mobiel verder af, tot en met de rij die begint met $\frac{1}{6}$.

In het mobiel zitten allerlei regelmatigheden.

- b** Bespreek het mobiel.

Toelichting voor de docent

Deze ongebruikelijke aftelling is in 2000 verzonnen door de Amerikanen Calkin en Wilf.

De gebruikelijke aftelling van de verzameling breuken werkt eerst alle breuken met noemer 2 af, dan alle met noemer 3, dan met noemer 4 en achteraf schrap je de breuken die hier dubbel in voorkomen:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$

Het voordeel van de aftelling van Calkin en Wilf is dat je meteen de breuken krijgt die al vereenvoudigd zijn. In de aftelling komt elke onvereenvoudigbare breuk voor, en maar één keer. Maar dat is niet onmiddellijk duidelijk.

Bij onderdeel **b** kunnen de volgende vragen gesteld worden:

- Waar staan de stambreuken?
- Waar staan de gehele getallen?
- Hoeveel getallen heb je als je het mobiel 10 lagen geeft?
- Bespreek de symmetrie in het mobiel. (Als je weet waar $\frac{7}{11}$ staat, weet je dan ook waar $\frac{11}{7}$ staat?)
- Hoe vind je het kind als je de ouders kent?
- Is $\frac{7}{11}$ een vader of een moeder? Waaraan herken je de vaders?
- Wie is het kind van $\frac{7}{11}$? En het kleinkind? En het achterkleinkind?

Werkwijze

Onderdeel **a** kan een individuele opdracht zijn, maar kan ook goed in tweetallen.

Antwoorden

a

