

## 1. Een gebroken functie

Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{10x}{x^2 + 1}$ .

a. Laat zien dat  $f'(x) = \frac{10 - 10x^2}{(x^2 + 1)^2}$ .

Aan de grafiek van  $f$  is te zien dat  $f$  een maximum en een minimum heeft.

b. Bereken het exacte maximum en minimum van  $f$ .

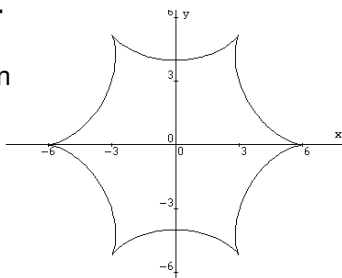
c. Bereken exact een vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van  $f$  in het punt  $(2,4)$ .

## 2. Een symmetrische figuur

Een punt beweegt volgens de bewegingsvergelijkingen

$$\begin{cases} x = \cos 5t + 5 \cos t \\ y = \sin 5t - 5 \sin t \end{cases}$$

Hiernaast staat de baan van het punt.



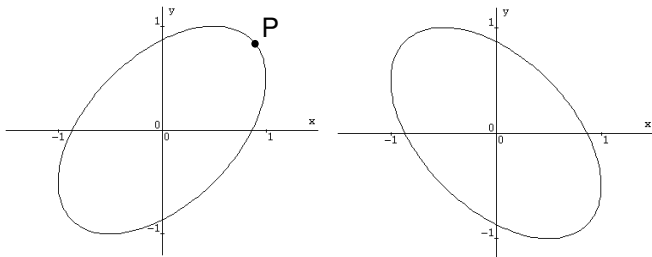
a. Bewijs dat de afstand  $a$  van  $(x,y)$  tot  $(0,0)$  gegeven wordt door :  $a = \sqrt{26 + 10 \cos 6t}$ .

b. Wat is de minimale waarde van  $a$  en op welk tijdstip tussen  $0$  en  $\frac{1}{2}\pi$  wordt die bereikt? Exact uitrekenen.

### 3. Lissajous

$x = \sin t$ ,  $y = \sin(t - \frac{1}{3}\pi)$  zijn de bewegingsvergelijkingen van een ellips; die staat in de linker figuur.

De toppen van de ellips liggen op de lijnen  $y = x$  en  $y = -x$ . P is de top met positieve x en y-coördinaat.



a. Bereken exact de coördinaten van P.

De baan in de rechter figuur is congruent met die in de linker figuur en heeft dezelfde symmetrieassen.

b. Geef bewegingsvergelijkingen van deze tweede Lissajous-figuur.

### 4. Twee extremen

De grafiek van de functie  $y = \tan x - 8\sin x$  heeft op het interval  $-\frac{1}{2}\pi < x < \frac{1}{2}\pi$  twee extremen, een maximum en een minimum.

Bereken van beide extremen de exacte coördinaten.

### 5. Kettinglijn

Kabels die vrij in de lucht hangen tussen twee masten, zoals bijvoorbeeld hoogspanningskabels, hebben de vorm van een zogenaamde kettinglijn. Een formule daarvan is:  $y = \frac{1}{2a}(e^{ax} + e^{-ax})$ . In deze opgave bekijken we de kettinglijn bij de waarde  $a = 0,1$ .

Een zekere kabel hangt tussen twee masten op 20 meter afstand van elkaar. We brengen een assenstelsel aan met de x-as op de grond, de y-as verticaal door het laagste punt van de kabel, en met als eenheid op de assen 1 meter.

Een formule voor de kabel is dan  $y = 5 \cdot (e^{0,1x} + e^{-0,1x})$ .

a. Hoe hoog zijn de masten en hoe hoog is het laagste punt boven de grond?

De kabel maakt in de eindpunten een hoek met de masten.

b. Bereken die hoek in graden nauwkeurig.

