



**1.** Een dennenboom groeit (in het begin) exponentieel met 10% per jaar. De hoogte van de boom (in meters) noemen we  $H$  en de tijd (in jaren)  $t$ .

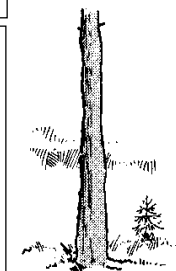
4pt **a** Stel de differentiaalvergelijking op die hoort bij exponentiële groei met 10% per jaar.

2pt **b** Geef de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking.

De boom blijft niet exponentieel doorgroeien: de maximale lengte die een dennenboom van die soort kan bereiken is 30 m.

5pt **c** Stel de differentiaalvergelijking op bij een geremde groei met een verzadigingsniveau van 30 m, waarbij de groei aan het begin nagenoeg exponentieel is met 10% per jaar. Geef een toelichting.

5pt **d** Iemand plant een dennenboom van 1 m lang. Geef de formule voor de hoogte van die boom na  $t$  jaar. Ga er vanuit dat de hoogtefunctie oplossing van de differentiaalvergelijking uit **c** is.



**2.** Gegeven is de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$ . Voor een oplossingsfunctie  $f$  van de differentiaalvergelijking geldt:  $f(2) = 3$ .

9pt Benader  $f(1)$  met de GR met behulp van de methode van Euler. Neem stapgrootte 0,1. Beschrijf je werkwijze.

3. Hiernaast staat het lijnelementenveld bij de

$$\frac{dy}{dx} = y - x.$$

2pt a Schets de grafieken van enkele oplossingsfuncties van de differentiaalvergelijking in het lijnelementenveld.

1pt b Een lineaire oplossingsfunctie gaat door (0,1). Schets ook de grafiek van deze functie in het lijnelementenveld (als je dat nog niet gedaan hebt).

4pt c Bepaal algebraïsch de vergelijking van de lineaire functie die oplossing is van de differentiaalvergelijking. Controleer je antwoord met de grafiek.

Veronderstel dat de functie  $f$  oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking is. We maken hierbij de functie  $g$  als volgt:  $g(x) = f(x) - x - 1$ .

4pt e Laat zien dat  $g$  oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = y$  is.

5pt f Geef een formule van de oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = y - x$  die door (0,3) gaat. Licht je antwoord toe.  
Tip. Gebruik e.

4. Hiernaast staat het lijnelementenveld bij de

$$\frac{dy}{dx} = x^2 y.$$

Punt  $P$  ligt op de lijn  $y = 2$ .  
De raaklijn aan de oplossingsfunctie door punt  $P$  gaat door de oorsprong.

4pt a Bereken exact de  $x$ -coördinaat van  $P$ .

