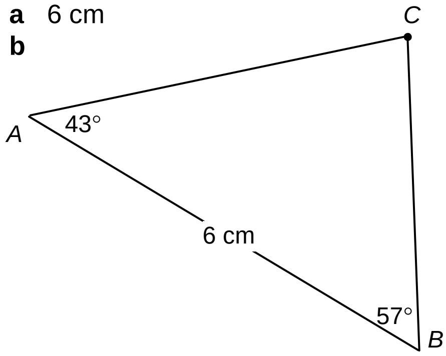
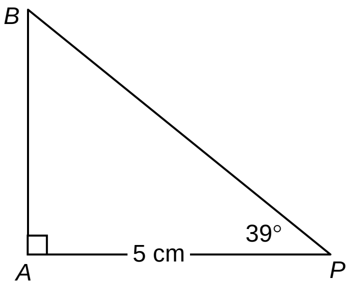
24.0 INTRO

1 **a** 6 cm
b



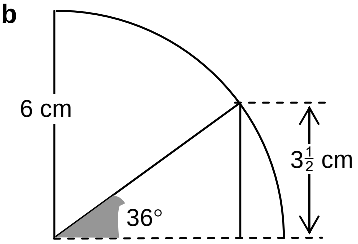
24.1 TEKENEN OP SCHAAL

2 **a**

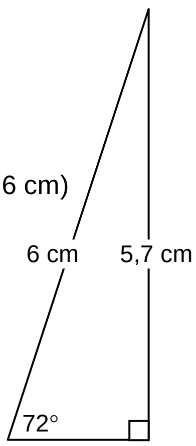


b 1 : 4 000
c Ik meet 4 cm, dus in werkelijkheid 160 meter

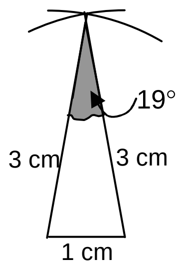
4 **a** (Verkleind)
b



5 **a** 1 : 500
(het touw is in de tekening 6 cm)

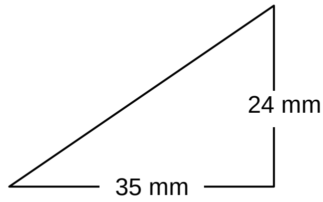


6 **a** Schaal 1 : 25
b 19°



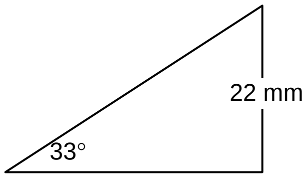
(moeilijk nauwkeurig te meten)

7 **a**



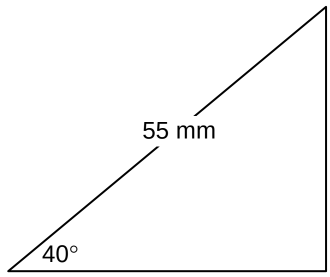
b 35, 55 en 90 graden

8 **a**



b De andere rechthoekszijde is 34 mm en de schuine zijde is 44 mm.

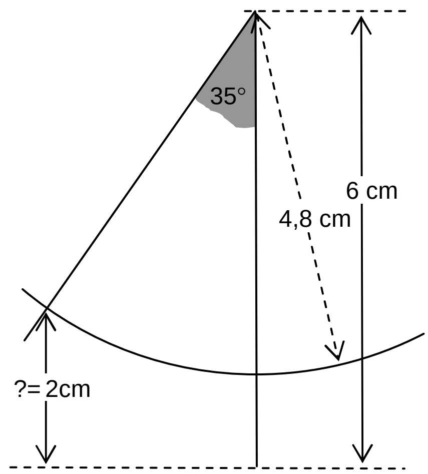
9 **a**



b de rechthoekszijden zijn 42 en 35 mm.

10 **a** 37°
b Een rechthoekige driehoek met een hoek van 45 en een hoek van 90 graden, heeft nog een hoek van 45 graden, en is dus gelijkbenig. De rechthoekszijden zijn dus even lang.

11 De tekening heeft schaal 1 : 50



Voor de gevraagde afstand in de tekening 2 cm gevonden, dus in werkelijkheid 1 meter boven de grond.

12 **a** $AB = 1$ cm, $QR = 4\frac{1}{2}$ cm en $YZ = 7\frac{1}{2}$ cm
b 6 cm
c Alle $1\frac{1}{2}$

13 a $BC = 4$ cm, $PQ = 3\frac{3}{4}$ cm, $YZ = 6$ cm

b 16 cm

c Alle $1\frac{1}{3}$

14 a $1\frac{1}{6}$ cm

b $\frac{1}{6}$

15 a $\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = 1{,}5$, dus

$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{3} = 1{,}5$, dus

overstaande rechthoekszijde $= 3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5$

b $\frac{3}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = 1{,}5$, dus

aanliggende rechthoekszijde $= \frac{3}{1{,}5} = 2$

24.2 RECHTHOEKIGE DRIEHOEKEN

16 a Voor hoek A geldt:

$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{3}{5} = 0{,}600$,

dus hoek A is 31°.

b Voor hoek Q geldt:

$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = 0{,}510 = \frac{PR}{4}$

dus $PR = 4 \cdot 0{,}510 = 2{,}4$

c Voor hoek X geldt:

$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = 0{,}249 = \frac{1}{XZ}$

dus $XZ = \frac{1}{0{,}249} = 4{,}016$

17 a $\sqrt{15^2 + 50^2} = \sqrt{2725} \approx 52{,}2$ dm

b Voor die hoek is

$\frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{50}{15} \approx 3{,}333$,

met de tabel vind je voor de hoek 73°.

c De hoogte van de ladder noemen we h, dan:

$\frac{h}{25} = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = 1{,}483$,

dus: $h = 25 \cdot 1{,}483 = 37$ dm

d $\sqrt{25^2 + 37^2} = \sqrt{1994} \approx 44{,}7$ dm

18 a 37°

b $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

c $1\frac{1}{12}$, $2\frac{3}{5}$, $\frac{5}{12}$

19 $\sin\alpha = \frac{10}{12} \approx 0{,}833$ en $\alpha = \sin^{-1}(0{,}833) \approx 56{,}4°$

$\cos\beta = \frac{10}{12} \approx 0{,}833$ en $\beta = \cos^{-1}(0{,}833) \approx 33{,}6°$

$\tan\gamma = \frac{10}{12} \approx 0{,}833$ en $\gamma = \tan^{-1}(0{,}833) \approx 39{,}8°$

20 $\sin 37° = \frac{a}{10}$, dus $a = 10 \cdot \sin 37° \approx 6{,}02$

$\cos 37° = \frac{b}{10}$, dus $b = 10 \cdot \cos 37° \approx 7{,}99$

$\sin 37° = \frac{10}{x}$, dus $x = \frac{10}{\sin 37^o} \approx 16{,}62$

$\tan 37° = \frac{10}{y}$, dus $y = \frac{10}{\tan 37^o} \approx 13{,}27$

$\tan 37° = \frac{p}{10}$, dus $p = 10 \cdot \tan 37° \approx 7{,}54$

$\cos 37° = \frac{10}{q}$, dus $q = \frac{10}{\cos 37^o} \approx 12{,}52$

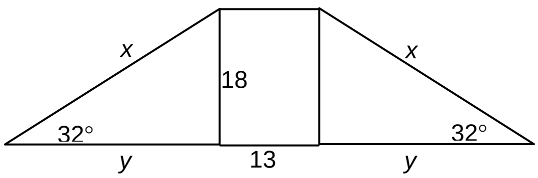
21 Noem het hoogteverschil h, dan

$\sin 32° = \frac{h}{200}$, dus $h = 200 \cdot \sin 32° \approx 106$ m

22 a Noem de lengte van de dijkhelling x.

$\sin 32° = \frac{18}{x}$, dus $x = \frac{18}{\sin 32^o} \approx 34{,}0$ m

c



$\tan 32° = \frac{18}{y}$, dus $y = \frac{18}{\tan 32^o} \approx 28{,}806$

Aan de voet: $13 + 2 \cdot 28{,}806 \approx 71$ m

23 Noem de hoogte van het trapje h, dan

$\sin 37° = \frac{h}{4}$, dus $h = 4 \cdot \sin 37° \approx 2{,}4$ m

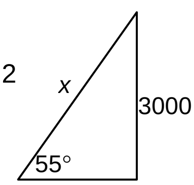
Noem die afstand a, dan:

$\cos 37° = \frac{a}{4}$, dus $a = 4 \cdot \cos 37° \approx 3{,}2$ m

24 Noem die afstand x, dan (zie plaatje):

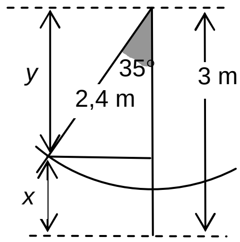
$\sin 55° = \frac{3000}{x}$,

dus $x = \frac{3000}{\sin 55^o} \approx 3662{,}2$



24.4 GEMENGDE OPGAVEN

25



Zie ook het plaatje bij opgave **10**.

$\cos 33° = \dfrac{y}{240}$, dus $y = 240 \cdot \cos 33° \approx 196{,}6$

$x = 300 - 196{,}6 \approx 103$ cm, dus 103 cm van de grond.

26 a $AB = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{25} = 5$, $AC = \sqrt{20}$

b $5 + 20 = 25$

c $\cos\beta = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan\beta = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$ $(= 2)$,

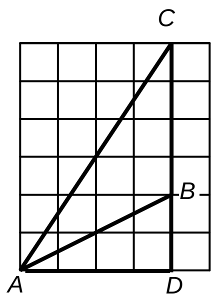
d $\sin\gamma = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\gamma = \dfrac{\sqrt{20}}{5}$, $\tan\gamma = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ $(= \frac{1}{2})$

$\beta = \tan^{-1}(2) = 63°$ en $\gamma = \tan^{-1}(\frac{1}{2}) \approx 27°$

of $\sin^{-1}(\dfrac{\sqrt{5}}{5})$ of $\cos^{-1}(\dfrac{\sqrt{20}}{5})$ of $90° - 63°$

27 **a** $AB = \sqrt{20}$, $BC = 4$, $AC = \sqrt{45}$

b Zie plaatje. $\tan\angle BAD = \frac{2}{3}$,
dus $\angle BAD = \tan^{-1}(\frac{2}{3}) \approx 33{,}7°$
$\tan\angle CAD = 1\frac{1}{2}$,
dus $\angle BAD = \tan^{-1}(1\frac{1}{2}) \approx 56{,}3°$
dus $\angle CAB = 56{,}3 - 33{,}7 = 22{,}6°$



28 a Hoek GCA

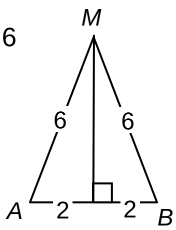
b $\tan\angle CAG = \dfrac{CG}{AC} = \dfrac{4}{\sqrt{32}}$,

dus $\angle CAG = \tan^{-1}\dfrac{4}{\sqrt{32}} \approx 35°$

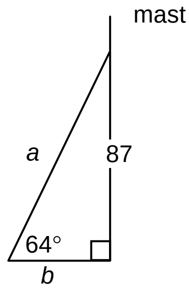
c $AM = BM = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = 6$

d $\cos\angle BAM = \frac{2}{6}$,

dus $\angle BAM = \cos^{-1}(\frac{1}{3}) \approx 71°$



29 De lengte van de kabel noemen we a en de afstand tot de voet b.
Dan



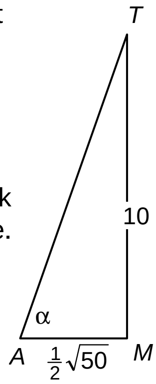
$\sin 64° = \dfrac{87}{a}$,

dus $a = \dfrac{87}{\sin 64^o} \approx 96{,}8$ m

$\tan 64° = \dfrac{87}{b}$,

dus $b = \dfrac{87}{\tan 64^o} \approx 42{,}4$ m

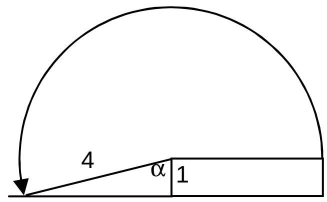
30 M is het midden van het grondvlak, a een hoekpunt onder en T de top van de piramide. Dan is Am de helft van een diagonaal in het grondvlak. Je moet hoek α berekenen, zie plaatje.



$\tan\alpha = \dfrac{10}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}$ en

$\alpha = \tan^{-1}(\dfrac{10}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}) \approx 71°$.

31

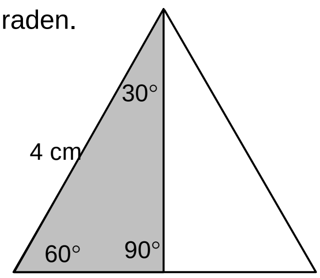


Zie plaatje: $\cos\alpha = \frac{1}{4}$, dus $\alpha = \cos^{-1}(\frac{1}{4}) \approx 76°$.
De gevraagde hoek is: $270 - 76 = 194°$.

Oker

24.1 TEKENEN OP SCHAAL

9 a De hoeken van de driehoek zijn 30, 60 en 90 graden.

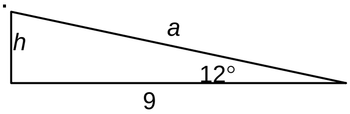


b 2 cm

c Het is de helft van een regelmatige driehoek!

24.4 GEMENGDE OPGAVEN

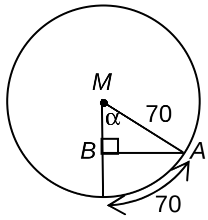
23 Zie plaatje. De lengte van de buis is a en het hoogteverschil h.



$\cos 12° = \frac{9}{a}$, dus $a = \frac{9}{\cos 12^o} \approx 9{,}2$ dm

$\tan 12° = \frac{h}{9}$, dus $h = 9 \cdot \tan 12° \approx 1{,}9$ dm

24 Zie plaatje.



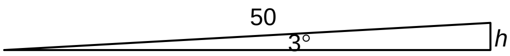
$\alpha = \frac{70}{2\pi \cdot 70} \cdot 360° \approx$
$57{,}3°$

$\cos \alpha = \frac{BM}{AM} = \frac{BM}{70}$

Dus $BM = 70 \cdot \cos 57{,}3° \approx 38$

De gevraagde hoogte is $70 - 38 = 32$ cm

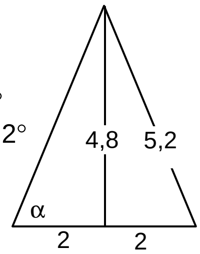
25



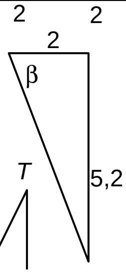
Het hoogteverschil noemen we *h*, zie plaatje.

Dan $\sin 3° = \frac{h}{50}$, dus $h = 50 \cdot \sin 3° \approx 2{,}6$ meter

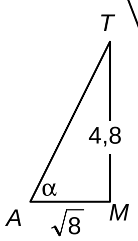
29 a Zie plaatje: $\tan \alpha = 2{,}4$,
Dus $\alpha \approx 67{,}4°$
Er zijn twee hoeken van $67{,}4°$
en één van $180 - 2 \cdot 67{,}4 = 45{,}2°$
Dus: 67, 67 en 45 graden.



b Zie plaatje: $\tan \beta = 2{,}6$,
dus $\beta \approx 69°$
Die hoeken zijn dus
69, 21 en 90 graden



c Zie plaatje.
A is een hoekpunt van het vierkante grondvlak.
M is het midden van het grondvlak en *T* het punt midden boven.



Dan $\tan \alpha = \frac{4{,}8}{\sqrt{8}}$, dus $\alpha \approx 59°$.

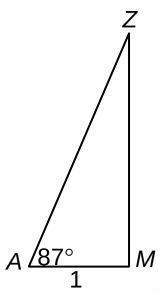
EXTRA OPGAVEN

1 a $90 - 82{,}8 = 7{,}2°$

b $7{,}2 : 360 = 0{,}02$

2 a Zie plaatje.

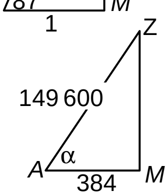
$AZ = \frac{1}{\cos 87°} \approx 19{,}1$



b Zie plaatje.

$\cos \alpha = \frac{384}{149600}$,

dus $\alpha \approx 89{,}85°$



c. $\frac{1}{\cos 89{,}85^o} : 1 = 382 : 1$

$\frac{1}{\cos 89{,}86^o} : 1 = 409 : 1$

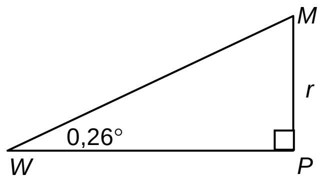
d. $\cos 89{,}05° = \frac{OB}{OM}$, dus $OM = \frac{1}{\cos 89{,}05^o}$

≈ 60 vanaf het middelpunt, (of 59 vanaf de rand).

e. straal aarde $= \frac{40076{,}6}{2\pi} \approx 6378$ km

Afstand $= 59 \cdot 6378 \approx 376\,000$ km (vanaf de rand)

3 a.



$\tan 0{,}26° = \frac{r}{WP}$, dus $r = WP \cdot \tan 0{,}26° \approx$
1700 km

$\sin 0{,}26° = \frac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \sin 0{,}26° \approx$
1700 km

b. $\tan 0{,}26° = \frac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \tan 0{,}26° \approx$
1700 km

c. $\frac{\text{afstand aarde - zon}}{\text{afstand aarde - maan}} = 390$, dus
straal zon $= 390 \cdot 1700 \approx 663\,000$ km

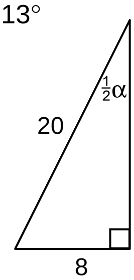
4 a $\text{lengte}^2 = 25^2 + 6^2 = 661$, dus lengte $\approx 25{,}7$

b $\tan \alpha = \frac{25}{6}$, dus $\alpha \approx 77°$

5 $\tan \angle PAB = \frac{5}{7}$, dus $\angle PAB \approx 36°$ en
$\angle PBA = 54°$

6 De stijging op het eerste stuk is *x* meter en op het tweede *y* meter. Dan:
$x = 800 \cdot \sin 6°$ en $y = 1200 \cdot \sin 13°$
$x + y \approx 354$ meter stijging

7 Zie plaatje.
$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{8}{20}$, dus $\alpha \approx 47°$



8 $\tan \angle BFC = 1\tfrac{1}{3}$ $\angle BFC \approx 53°$
$BD^2 = 8^2 + 4^2 = 80$, $BD = \sqrt{80}$

$\tan \angle BED = \frac{\sqrt{80}}{3}$, dus $\angle BED \approx 71°$

$FB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
$EB^2 = 8^2 + 4^2 + 3^2 = 89$

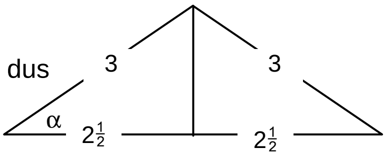
$\tan \angle FBE = \frac{8}{5}$, dus $\angle FBE \approx 58°$

9 De gevraagde hoek noemen we α. Een diagonaal in het grondvlak is $\sqrt{8^2+6^2}=10$, dus $\tan\alpha = \dfrac{10}{5} = 2$ en $\alpha = 63{,}4°$.

10 Zie plaatje.

$\cos\alpha = \dfrac{2\frac{1}{2}}{3}$, dus

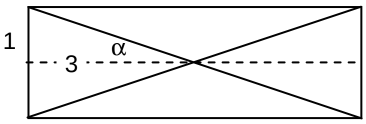
$\alpha = 33{,}6°$



Er zijn dus twee hoeken 33,6 en één hoek van $180 - 2\cdot 33{,}6 = 112{,}9°$.
De hoeken zijn 33, 33 en 113 graden.

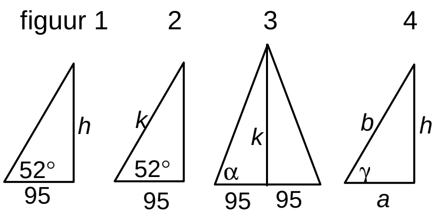
11 De diagonaal van het grote vierkant is $\sqrt{72}$.
De diagonaal van het kleine vierkant is $\sqrt{72}-6$, de zijde is $(\sqrt{72}-6)\cdot\cos 45°$
$\approx 1{,}76$

12 Zie plaatje.



$\tan\alpha = \frac{1}{3}$ dus $\alpha =\approx 18{,}4°$, dus de gevraagde hoek is ongeveer 37°.

13



a Zie figuur 1: $h = 95\cdot\tan 52° \approx 121{,}6$ meter

b Zie figuur 2: $k = \dfrac{95}{\cos 52°} \approx 154{,}3$ meter

c Zie figuur 3: $\tan\alpha = \dfrac{k}{95} \approx 1{,}624..$, $\alpha \approx 58{,}4°$

$\beta = 180 - 2\cdot 58{,}4 = 63{,}2°$

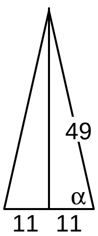
d Die ribbe noemen we *a*.
$a^2 = 95^2 + 95^2$, dus $a \approx 134{,}35$

e Die hoek noemen we γ, dan $\tan\gamma = \dfrac{121{,}6}{134{,}35}$ en

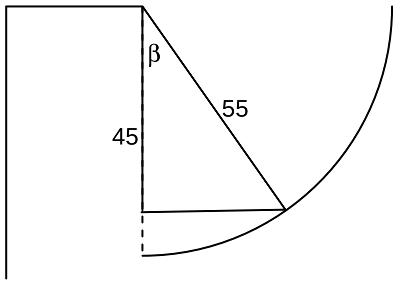
$\gamma \approx 42°$.

14 a $\cos\alpha = \dfrac{11}{49}$, dus $\alpha \approx 77°$

b $\text{hoogte}^2 = 49^2 - 11^2$,
dus hoogte ≈ 47,7 cm
dus 477 mm



15 Zie plaatje.



$\cos\beta = \dfrac{45}{55}$, dus $\beta \approx 35{,}1°$, $\alpha = 125{,}1°$

16 a $\tan 20° = \dfrac{10}{AB}$, dus $AB = \dfrac{10}{\tan 20°} \approx 27{,}5$

$\sin 20° = \dfrac{10}{BC}$, dus $BC = \dfrac{10}{\sin 20°} \approx 29{,}2$

$CM = \sqrt{AM^2 + AC^2} = \sqrt{13{,}737^2 + 10^2} = 17{,}0$

b $\tan\angle CMA = \dfrac{10}{13{,}737}$, dus $\angle CMA = 36{,}0°$

Dus $\angle CMB = 180 - 36{,}0 = 144{,}0°$.

17 Zie plaatje: $\alpha = \frac{1}{2}(180 - 102) = 39°$

$\tan 39° = \dfrac{3}{x}$, dus $x = \dfrac{3}{\tan 39°} \approx 3{,}7$