

Hoofdstuk 27 KWADRATEN EN WORTELS

27.1 ZIJDE EN OPPERVLAKTE VAN EEN VIERKANT

3 a

z	0,3	1	1	11	21	3	4	5
a	0,09	3	1	23	63	9	16	25

- b 2
c 2,2

4 3; 1,96; 7; 1234

5 a Als je onder elkaar zet en vermenigvuldigt:

$$\begin{array}{r} \dots 3 \\ \underline{\dots 3} \times \\ \dots 9 \\ \dots 0 \\ \dots 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots 9 \\ \underline{\dots 9} + \end{array}$$

Dan krijg je op het eind een 9.

- b Als een getal op 1 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 1, als een getal op 2 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 4, als een getal op 3 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 9, als een getal op 4 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 16, als een getal op 5 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 5, als een getal op 6 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 6, als een getal op 7 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 9, als een getal op 8 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 4, als een getal op 9 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 1, als een getal op 0 eindigt, dan eindigt het kwadraat op 0.

c Uit de lijst blijkt dat geen enkel kwadraat op het cijfer 2 eindigt.

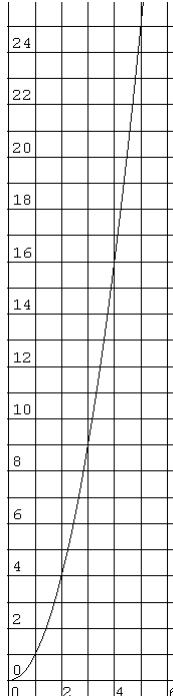
6 a 4

b 8; je vermenigvuldigt dan 10 duizendsten met 10 duizendsten. Je krijgt dan 100 miljoensten die je niet kunt vereenvoudigen vanwege 5b. Je kunt ook zo te werk gaan als in 5a.

7

1	10
/	100
0,1	0,02
6	0,6
11	1,1
0,3	0,7
1	21
$\frac{3}{5}$	1B

8 a 5
b 2,2?



- c $2,2^2 = 4,84$, nee
b Als je dat getal kwadrateert, krijg je een getal met 18 cijfers achter de komma en niet 5.

- 9 a 4,5
b 4,472135955; twee keer zo groot
c $(3 \cdot \sqrt{6})^2 = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 9 \cdot 6 = 54$
 $(5 \cdot \sqrt{6})^2 = 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 25 \cdot 6 = 150$
 $(4 \cdot \sqrt{5})^2 = 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 16 \cdot 5 = 80$

10 $\sqrt{45}$ $\sqrt{5}$
 $\sqrt{20}$ $\sqrt{2}$

- 11 a 10
b 3,1
c groter
d 17
e 4,1
f $4,1^2 = 16,81$, te kelin.

- 12 $\sqrt{17} > 4,1$, want $4,1^2 = 16,81 < 17$
 $\sqrt{33} < 5,8$ want $5,8^2 = 33,64 > 33$
 $\sqrt{56,2} < 7,5$ want $7,5^2 = 56,25 > 56,2$
 $\sqrt{6,25} = 2,5$ want $2,5^2 = 6,25$.

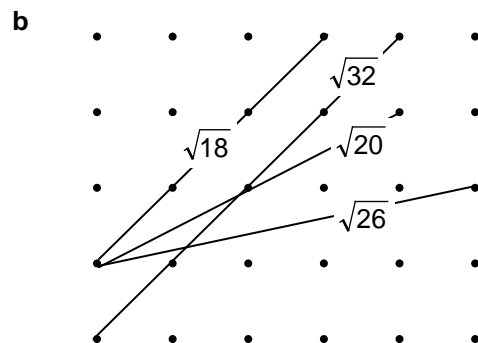
13 a Hij heeft 1,4 voor de zijde gemeten en dat gekwadrateerd.

b $\sqrt{13}$

14 $\sqrt{6}$

- 15 Bovenlangs: $\sqrt{50} + 2 \approx 9,07$
onderlangs: $\sqrt{65} + 1 \approx 9,06$
Dus bovenlangs is langer.

16 a $\sqrt{2} \approx 1,4$; $\sqrt{5} \approx 2,2$; $\sqrt{10} \approx 3,1$; $\sqrt{17} \approx 4,1$



17 Het wedstrijdbiljart bestaat dus uit twee vierkanten 'tegen elkaar' aangelegd. Eén zo'n vierkant heeft dan oppervlakte 2 m^2 , dus dat vierkant is $\sqrt{2}$ bij $\sqrt{2}$. Het laken is dus 1414 bij 2828 mm.

18 1732 bij 5196 mm

27.2 REKENREGELS VOOR WORTELS 1

19 b Ja, nee

c $(\sqrt{9} \cdot \sqrt{7})^2 = \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 9 \cdot 7 = 63$

d $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{11})^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 5 \cdot 11 = 55$,
dus je krijgt $\sqrt{55}$.

20 a $\sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 = 3 + 5 = 8$, de schuine zijde is $\sqrt{8}$

b De twee rechthoekszijden samen zijn langer dan de schuine zijde (de kortste verbinding van twee punten is een rechte lijn).

21 a $\sqrt{20}$ $\sqrt{50}$ $\sqrt{75}$

b $\sqrt{2a^2}$ $\sqrt{4a}$ $\sqrt{a^2b}$

22 a $2\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$ $2\sqrt{7}$ $4\sqrt{3}$

b $2\sqrt{5}$ $2\sqrt{10}$ $2\sqrt{15}$ $4\sqrt{5}$

c $\frac{1}{5}\sqrt{7}$ $\frac{1}{6}\sqrt{7}$ $\frac{1}{10}\sqrt{7}$ $\frac{1}{7}\sqrt{3}$

23 a 0

b $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$, $\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ en $4\sqrt{10} - 3\sqrt{10} - \sqrt{10} = 0$

24 a $8\sqrt{3}$ $5\sqrt{2}$ $11\sqrt{10}$

b $\sqrt{5}$ $2\sqrt{2}$ $9\sqrt{3}$

c $3\sqrt{a}$ $2\frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

25 a 6

b $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$

c $\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

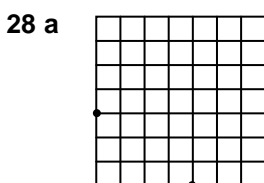
26 1 4 2

3 $\sqrt{10}$ 8

27 $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} > \sqrt{2\frac{1}{4}}$ $\sqrt{9} + \sqrt{16} > \sqrt{25}$

$4 \neq 2$ $\sqrt{1} + \sqrt{100} > \sqrt{101}$

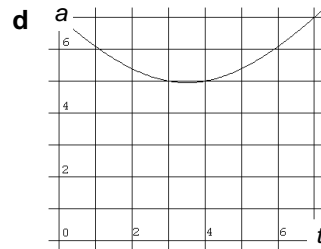
27.3 VERBANDEN MET WORTELS



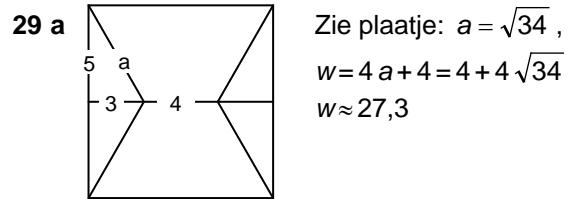
b 5

c

t	0	1	2	3	4	5	6	7
a	7	$\sqrt{37}$	$\sqrt{29}$	5	5	$\sqrt{29}$	$\sqrt{37}$	7



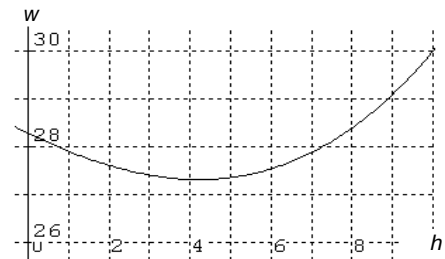
e Na 31 sec, $a = 4,9$ cm



b

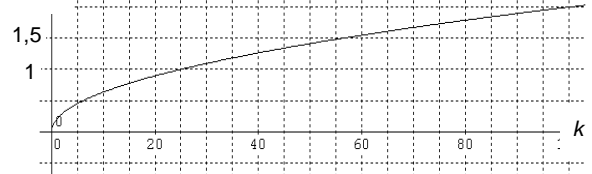
h	0	2	4	6	8	10
w	$4\sqrt{50}$	$2 + 4\sqrt{41}$		$6 + 4\sqrt{29}$	$8 + 4\sqrt{26}$	30
w	28,3	27,6		27,5	28,4	30

c



d Als $h \approx 4$.

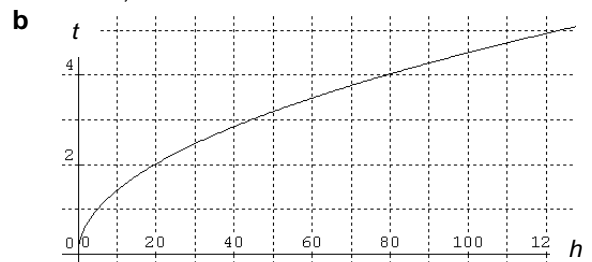
30 a t



b iets meer dan 5 sec

c $0,5 = 0,2\sqrt{k} \Leftrightarrow \sqrt{k} = \frac{0,5}{0,2} = 2,5$,
dus $k = 2,5^2 = 6,25$

31 a Kortere; de steen valt steeds sneller.



c ca 80 m.

- d** $0,45\sqrt{h} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{h} = \frac{4}{0,45} \approx 8,89$
 $h \approx 8,89^2 \approx 79,01$ m.
e De grafiek loopt steeds minder steil.

- 32 a** 9
b 3 keer zoveel. Als een getal 9 keer zo groot wordt, wordt de wortel van dat getal 3 keer zo groot: $\sqrt{9a} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{a} = 3\sqrt{a}$.

27.4 REKENREGELS VOOR WORTELS 2

- 33 b** $\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$
- 34 a** $\frac{1}{7}\sqrt{14}$ $\frac{1}{10}\sqrt{30}$ $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
b $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, $\sqrt{4\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$, $\sqrt{12\frac{1}{2}} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ en $\sqrt{24\frac{1}{2}} = \frac{7}{2}\sqrt{2}$

- 35 a** $3\sqrt{3}$ 6
 $9\sqrt{2}$ 40
 $6\sqrt{5}$ 40
kan niet eenvoudiger $2\sqrt{5}$
b $1\frac{1}{3}\sqrt{6}$ $\sqrt{6}$
c 12 1

36 2, 16, 2

37 4 2
10 @

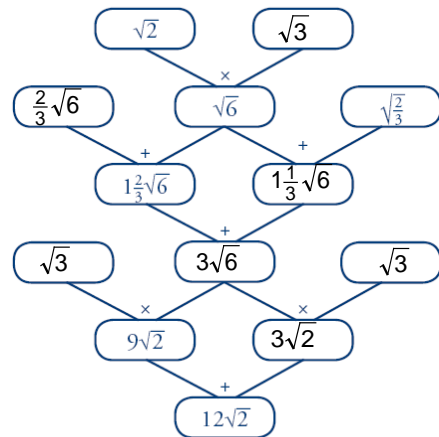
- 38 a** $10\sqrt{10}$ $2\sqrt{2}$
20 10
100 2
b $8\sqrt{6}$ $4\sqrt{3}$
 $2\sqrt{6}$ 0
80 12
 $1\frac{2}{3}$ 1
c $5\sqrt{5}$ $5\sqrt{11}$
 $\sqrt{5}$ $\sqrt{11}$
30 66
 $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$

39 $\sqrt{3}$ $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ $\sqrt{7}$
2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

40 $2\frac{1}{2}\sqrt{2}$ $\frac{1}{5}\sqrt{15}$
 $2\frac{1}{3}\sqrt{6}$ 6

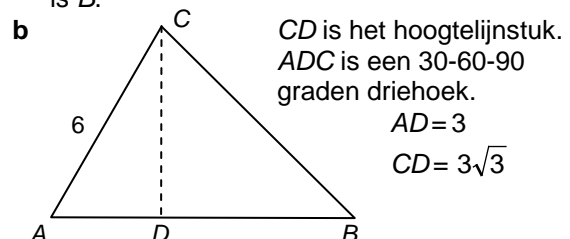
$2\frac{1}{7}\sqrt{14}$ 0,2
100 2

41



27.5 SPECIALE DRIEHOEKEN

- 42 a** 1, want B is het midden van AD .
b $\sqrt{3}$
c 16 en $8\sqrt{3}$
d $\sqrt{192} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$
- 43 a** De driehoek is gelijkbenig want hij heeft twee hoeken van 45° . $BC = \sqrt{2}$
b Met gelijkvormigheid vind je $10\sqrt{2}$ en met de stelling van Pythagoras $\sqrt{200}$.
 $\sqrt{200} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$
- 44 a** $5\sqrt{3}$
b De korte rechthoekszijde is dan $6 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ en de schuine zijde $4\sqrt{3}$.
c De korte rechthoekszijde is $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ en de schuine zijde $1\frac{1}{3}\sqrt{3}$.
d De lange rechthoekszijde is $3\sqrt{3}$ en de schuine zijde is 6.
- 45 a** Teken een hoek A van 60° . Pas op één been 6 cm af, dat geeft C . Noem het andere been k . Teken bij C een hoek van $180 - 45 - 60 = 75^\circ$. Het ene been is AC , het andere been noemen we m . Het snijpunt van k en m is B .



BCD is een 45-45-90 graden driehoek, dus:

$$DB = 3\sqrt{3} \text{ en } BC = 3\sqrt{6}.$$

$$AB \stackrel{?}{=} 3\sqrt{3}.$$

46 a $b = \sqrt{3}$, $\alpha = 30^\circ$ en $\beta = 60^\circ$.

b $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ en

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

c $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ en

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

d $c = \sqrt{2}$ en $\alpha = \beta = 45^\circ$

e $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ en $\tan 45^\circ = 1$

47 a $AP = 2\sqrt{3}$ en $BP = 4\sqrt{3}$

b $36 - 6 \cdot 2\sqrt{3} = 36 - 12\sqrt{3}$

c $DP = 6 - 2\sqrt{3}$ en $DR = (6 - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 6$, dus $QR \stackrel{?}{=} 6\sqrt{3} - 6 - (6 - 2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} - 12$

27.6 GEMENGDE OPGAVEN

48 a $4 + 2\sqrt{3}$

b $6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

49 $6 - 3\sqrt{2}$ $12\sqrt{2} - 6$

$2 - \sqrt{3}$ $\sqrt{3} + 3$

50 $8\sqrt{2}$

51 a -2, 2

b $-\sqrt{10}$, $\sqrt{10}$

c $\sqrt{2\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{10} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$

d $(3x)^2 = 12$

Eerste manier:

$$9x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = 2 \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ of } x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

Tweede manier:

$$3x = \sqrt{12} \text{ of } 3x = -\sqrt{12} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}\sqrt{12} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

of $x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$

$$(\sqrt{3}x)^2 = 12$$

Eerste manier:

$$3x^2 = 12 \Leftrightarrow x = 2 \text{ of } x = -2$$

Tweede manier:

$$\sqrt{3}x = \sqrt{12} \text{ of } \sqrt{3}x = -\sqrt{12} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = 2 \text{ of}$$

$$x = -2.$$

$$(3x)^2 = 11 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}\sqrt{11} \text{ of } x = -\frac{1}{3}\sqrt{11}$$

$$(\sqrt{3}x)^2 = 16 \Leftrightarrow x = 1\frac{1}{3}\sqrt{3} \text{ of } x = -1\frac{1}{3}\sqrt{3}.$$

52 a 58,2 km/u

b 75,6 m

OKEROPGAVEN

15 a $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{12}$

b Nee, de overstaande rechthoekszijde is steeds 1 en de schuine zijde wordt langer.

c 1000 000

16 a Nee, nee

b Nee

c $\frac{x}{2} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$

22 $6\sqrt{2}$ $2\sqrt{19}$ $4\sqrt{5}$ $2\sqrt{21}$
 $\frac{2}{7}\sqrt{3}$ $\frac{4}{7}\sqrt{3}$ $\frac{2}{5}\sqrt{13}$ $\frac{1}{b}\sqrt{10}$

24 a $\sqrt{2}$ $2\sqrt{5}$

b 30

25 a 49

b 102,01

c 1

d 10

e 192

f 2

33 a $\sqrt{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}\sqrt{n}$

b $\sqrt{\frac{1}{n}} = \sqrt{\frac{n}{n^2}} = \sqrt{\frac{1}{n^2}} \cdot \sqrt{n} = \frac{1}{n}\sqrt{n}$

35 a $2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{4 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{2\frac{2}{3}}$

b $3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{9 \cdot \frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{27}{8}} = \sqrt{3\frac{3}{8}}$

c $\sqrt{\sqrt{5}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+1} = \sqrt{(\sqrt{5}-1) \cdot (\sqrt{5}+1)} = \sqrt{5-1} = 2$

52 a $6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

b $O = 6r^2$

c $\frac{1}{6}\sqrt{66}$

$$d \quad r = \sqrt{\frac{0}{6}} = \sqrt{\frac{60}{36}} = \sqrt{\frac{1}{36}} \cdot \sqrt{60} = \frac{1}{6} \sqrt{60}$$

$$b \quad 2 + 4\sqrt{2} \approx 7,6 \text{ cm}$$

$$c \quad 2\sqrt{2} \approx 2,83 \text{ cm}^2$$

27.8 EXTRA OPGAVEN

$$1 \quad a \quad 21, 31 \quad 2n+1$$

$$b \quad (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

$$2 \quad a \quad 10 + 5\sqrt{2}$$

$$b \quad \frac{1}{2}\sqrt{2} + 1\frac{2}{3}\sqrt{3} + 1\frac{1}{6}\sqrt{6}$$

$$c \quad -\sqrt{2}$$

$$3 \quad 2 + 5 = 7 \text{ cm} = 70 \text{ mm}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{20} \text{ cm} \approx 67 \text{ mm}$$

$$\sqrt{8} + \sqrt{17} \text{ cm} \approx 70 \text{ mm}$$

$$\sqrt{13} + 4 \text{ cm} \approx 76 \text{ mm}$$

$$4 \quad \begin{array}{cc} 0,1 & 1,2 \\ 2^4 & 8 \\ 2 & 7,5 \\ 2 & 4 \end{array}$$

$$5 \quad \text{Piet meet: } \sqrt{3^2 + (0,2)^2} \approx \sqrt{9,04} \approx 3,0067$$

meter. Het scheelt 6,7 mm.

$$6 \quad \begin{array}{cc} 8\sqrt{5} + 7\sqrt{2} & 1500 \\ \frac{3}{4} + \frac{3}{4}\sqrt{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

$$7 \quad 2\sqrt{5}$$

$$8 \quad \sqrt{25^2 + 1^2} = \sqrt{626} \approx 25,02$$

Dus 2 cm langer.

$$9 \quad \begin{array}{cc} \sqrt{2}, -\sqrt{2} & \frac{2}{5}\sqrt{5}, -\frac{2}{5}\sqrt{5} \\ \sqrt{6}, -\sqrt{6} & \sqrt{5}, -\sqrt{5} \end{array}$$

$$10 \quad a \quad 2\sqrt{2}, 2\sqrt{5} \text{ en } 2\sqrt{5}$$

$$b \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = 6$$

$$11 \quad \begin{array}{ccc} 20 & 30 & 25\sqrt{6} \\ 2\sqrt{3} & 6 & 5\sqrt{3} \\ 3\sqrt{6} & 5\sqrt{6} & 10\sqrt{10} \\ 4 & 2 & \frac{1}{3}\sqrt{33} \\ 2\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{6} & \frac{3}{5}\sqrt{5} \end{array}$$

$$12 \quad a \quad 2\sqrt{2}$$

$$13 \quad a \quad 2\sqrt{3}$$

$$b \quad 2\sqrt{2}$$

$$c \quad \sqrt{2} : \sqrt{6} : 2\sqrt{2} = (\text{deel door } \sqrt{2}) = 1 : \sqrt{3} : 2$$

60°, want $\angle ACD = 30^\circ$, want driehoek ACD is een 30-60-90 graden driehoek, dit volgt uit de verhouding van de zijden.

$$14 \quad \text{De schuine zijde van de blauwe driehoek is } 1 \cdot 18,01 = 9,005 \text{ m.}$$

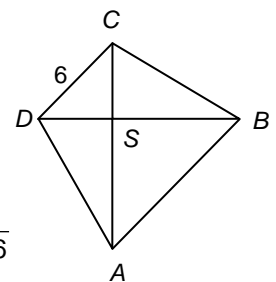
$$x^2 + 9^2 = 9,005^2 \Leftrightarrow x^2 = 0,090025, \text{ dus } x \approx 0,30$$

Dus $x \approx 30 \text{ cm}$

$$15 \quad a \quad \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

$$b \quad 6$$

$$16 \quad \begin{array}{l} DSEECSE \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \\ ASEBSE \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} = 3\sqrt{6} \\ ADEBCE \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \\ ABEB \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{3} \end{array}$$



$$17 \quad a \quad \text{Per speler: } \frac{60000}{\sqrt{16}} = 15000 \text{ gulden,}$$

$$\text{totaal: } 16 \cdot 15000 = 240000 \text{ gulden.}$$

$$b \quad 189737$$

$$c \quad b = 60000\sqrt{n}$$

$$18 \quad \sqrt{80} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

