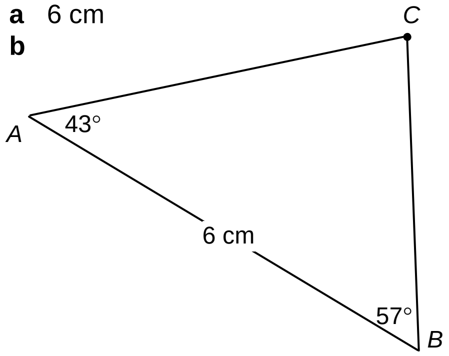
24.0 INTRO

1 **a** 6 cm

b

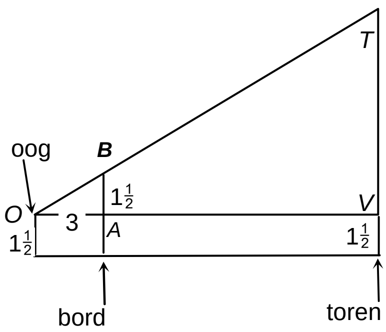


24.1 HOOGTE EN AFSTAND BEPALEN

2 **a** $\frac{3}{0{,}6} = 5$

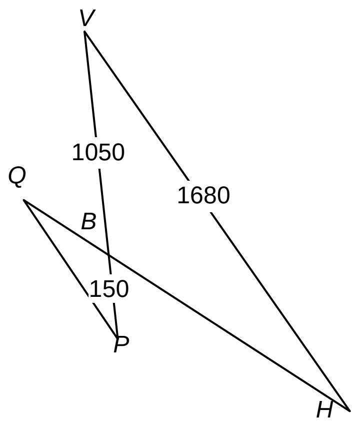
b $5 \cdot 1 = 5$ meter

3 **a**



b Zie plaatje: $OV = 47$, $AB = 1\frac{1}{2}$, dus $AB = \frac{1}{2} \cdot OB$,
dan ook $TV = \frac{1}{2} \cdot OV = 23\frac{1}{2}$
hoogte toren $= 23\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 25$ meter

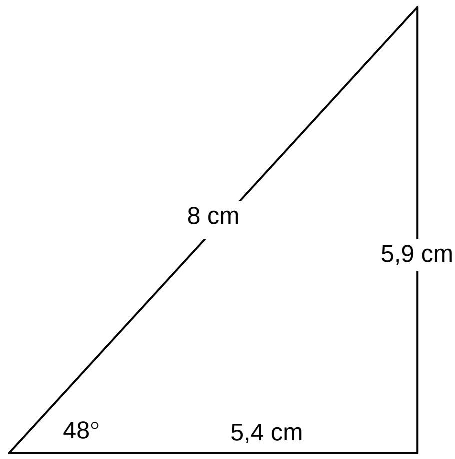
4 **a**



b Driehoek *PQB* is gelijkvormig met driehoek *VHB*, de vergrotingsfactor is $\frac{1050}{150} = 7$

Dus $PQ = \frac{1680}{7} = 240$, dus zeilt ze 240 meter in 3 minuten. Dat is 4,8 km/u.

5 **a**



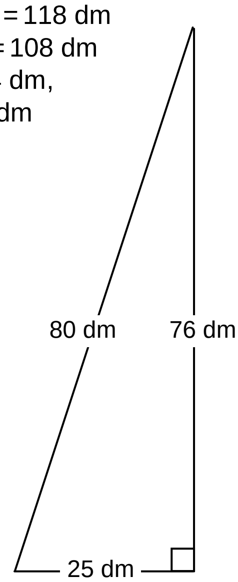
b reikhoogte = 59 dm ; reikwijdte = 54 dm

c reikhoogte $= 2 \cdot 59 = 118$ dm
reikwijdte $= 2 \cdot 54 = 108$ dm

d hoogte: $\frac{3}{4} \cdot 59 \approx 44$ dm,
wijdte: $\frac{3}{4} \cdot 54 \approx 41$ dm

e $\frac{90}{59} \cdot 80 \approx 122$ dm
$\frac{90}{59} \cdot 54 \approx 82$ dm

6 (verkleind)



7 **a** nee ; nee

b wordt groter ; wordt kleiner

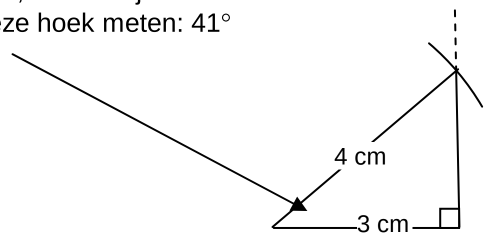
8 **a** ver: $\frac{5}{4} \cdot 3{,}60 = 4{,}50$ meter

hoog: $\frac{5}{4} \cdot 1{,}75 = 2{,}19$ meter

b $\frac{6}{3{,}60} \cdot 4 = 6\frac{2}{3}$ meter

c Nee, de reikwijdte neemt steeds sneller af.

d Deze hoek meten: 41°



9 **a**

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
reikhoogte	1,7	3,4	5,0	6,4	7,6	8,7	9,4	9,8
reikwijdte	9,8	9,4	8,7	7,6	6,4	5,0	3,4	1,7

b Ze zijn samen 90°

c

10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
3,4	6,8	10,0	12,8	15,2	17,4	18,8	19,6
19,6	18,8	17,4	15,2	12,8	10,0	6,8	3,4

10

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
sin α	0,17	0,34	0,50	0,64	0,76	0,87	0,94	0,98

12

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
cos α	0,98	0,94	0,87	0,76	0,64	0,50	0,34	0,17

13 Noem het hoogteverschil h, dan

$\sin 32° = \dfrac{h}{200}$, dus $h = 200 \cdot \sin 32° \approx 106$ m

24.2 SINUS EN COSINUS

14 Noem de hoogte van het trapje h, dan

$\sin 37° = \dfrac{h}{4}$, dus $h = 4 \cdot \sin 37° \approx 2{,}4$ m

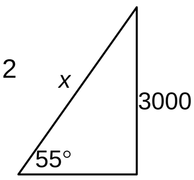
Noem die afstand a, dan:

$\cos 37° = \dfrac{a}{4}$, dus $a = 4 \cdot \cos 37° \approx 3{,}2$ m

15 Noem die afstand x, dan (zie plaatje):

$\sin 55° = \dfrac{3000}{x}$,

dus $x = \dfrac{3000}{\sin 55^o} \approx 3662{,}2$

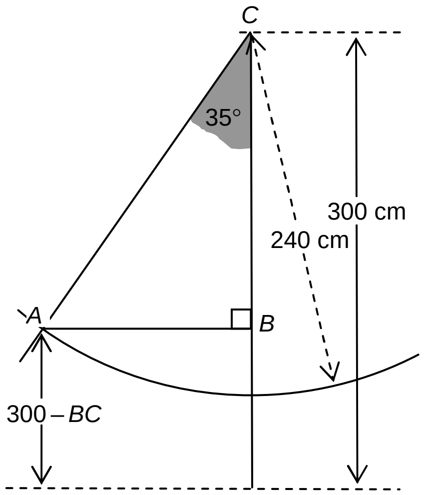


16 Zie plaatje hieronder.

In driehoek ABC: $\cos 35° = \dfrac{BC}{240}$,

dus $BC = 240 \cdot \cos 35° \approx 197$ cm

De gevraagde afstand is $300 - 197 = 203$ cm



17 De lengte van het luik noemen we x.

Dan: $\dfrac{a}{x} = \sin 30° = 0{,}5$ en

$\dfrac{a+40}{x} = \sin 64° = 0{,}9$

Dus $x = \dfrac{a+40}{0{,}9}$ en $x = \dfrac{a}{0{,}5}$, dus

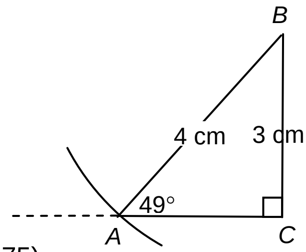
$\dfrac{a+40}{0{,}9} = \dfrac{a}{0{,}5}$. Hieruit volgt het gevraagde.

b. $0{,}5a + 20 = 0{,}9a \Leftrightarrow 0{,}4a = 20 \Leftrightarrow a = 50$

c. $\sin 30° = \dfrac{50}{x}$, dus $x = 100$ cm

24.3 INV SINUS EN INV COSINUS

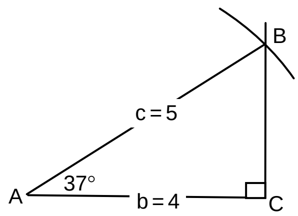
18 a



b 49°

c $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ $(= 0{,}75)$

19 a



b 37°

c $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos^{-1}(\frac{4}{5}) \approx$

36,8698 graden

20 a $\sin\alpha = \frac{10}{17}$, $\alpha = \sin^{-1}(\frac{10}{17}) \approx 36°$

b $\cos\alpha = \frac{12}{19}$, $\alpha = \cos^{-1}(\frac{12}{19}) \approx 51°$

21 De sinus van een hoek is altijd kleiner dan 1, want de schuine zijde is langer dan een rechthoekszijde.

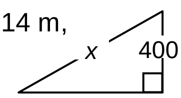
22 a $0{,}068 \cdot 18\,000 = 1224$ meter

b $\alpha = \sin^{-1} 0{,}07 \approx 4°$

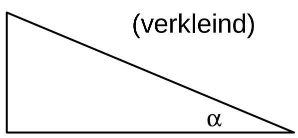
c $\sin^{-1}(0{,}11) \approx 6°$

d $\frac{400}{x} = 0{,}07$, dus: $x = \frac{400}{0{,}07} \approx 5714$ m,

dus 5,7 km



23 a



b $5^2 + 12^2 = 13^2$

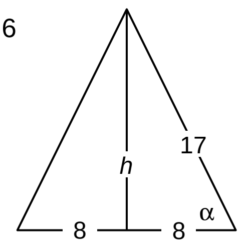
c $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\alpha = \sin^{-1}(\frac{5}{13}) \approx 22{,}6°$.

De hoeken zijn: 90,0 , 22,6 en 67,4 graden.

24 a $h^2 + 8^2 = 17^2$, dus $h = 15$,

oppervlakte $= 15 \cdot 8 = 120$

b $\alpha = \cos^{-1}(\frac{8}{17}) \approx 61{,}9°$



Twee hoeken van 61,9 en
één hoek van 56,0 graden.

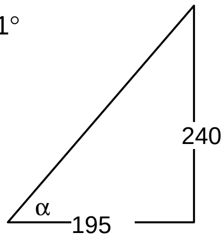
24.4 TANGENS

25 a $\tan 50^\circ = \frac{7{,}7}{6{,}4} \approx 1{,}203..$

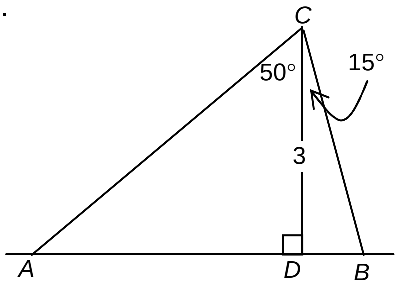
b $\tan 50^\circ = 1{,}19175..$

26 $\tan\alpha = \frac{2{,}40}{1{,}95}$, dus $\alpha \approx 51^\circ$

De zonshoogte is 51°.



27 a Teken een lijnstuk *CD* van 3 cm. Teken bij *D* een loodlijn op *CD* en bij *C* aan de ene kant een hoek van 50° en aan de andere kant een hoek van 15°. De snijpunten met de loodlijn zijn *A* en *B*.



b $\tan 50^\circ = \frac{AD}{3}$, dus $AD = 3 \cdot \tan 50^\circ \approx 3{,}575$

$\tan 15^\circ = \frac{BD}{3}$, dus $BD = 3 \cdot \tan 15^\circ \approx 2{,}411$

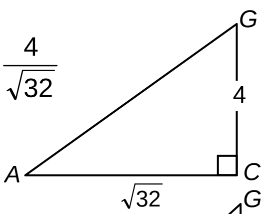
Dus $AB = AD + BD = 6{,}0$

$\cos 15^\circ = \frac{3}{BC}$, dus $BC = \frac{3}{\cos 15^\circ} \approx 3{,}1$

24.5 GEMENGDE OPGAVEN

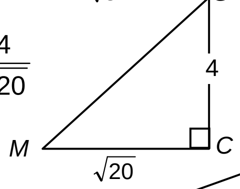
28 a $\tan\angle GAC = \frac{4}{\sqrt{32}}$

$\angle GAC \approx 35^\circ$



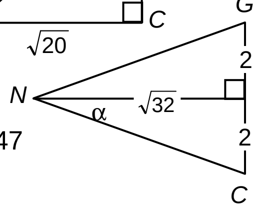
b $\tan\angle GMC = \frac{4}{\sqrt{20}}$

$\angle GMC \approx 42^\circ$



c Zie plaatje.

$\tan\alpha = \frac{2}{\sqrt{32}}$, $\alpha \approx 19{,}47$



$\angle CNG \approx 2 \cdot 19{,}47 = 39^\circ$.

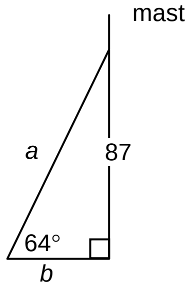
29 De lengte van de kabel noemen we *a* en de afstand tot de voet *b*.
Dan

$\sin 64^\circ = \frac{87}{a}$,

dus $a = \frac{87}{\sin 64^\text{o}} \approx 96{,}8$ m

$\tan 64^\circ = \frac{87}{b}$,

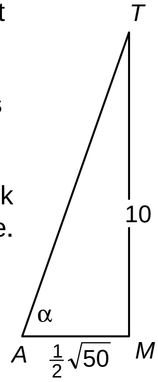
dus $b = \frac{87}{\tan 64^\text{o}} \approx 42{,}4$ m



30 *M* is het midden van het grondvlak, *a* een hoekpunt onder en *T* de top van de piramide. Dan is *Am* de helft van een diagonaal in het grondvlak. Je moet hoek α berekenen, zie plaatje.

$\tan\alpha = \frac{10}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}$ en

$\alpha = \tan^{-1}(\frac{10}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}) \approx 71^\circ$.



31 a $AB = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{25} = 5$, $AC = \sqrt{20}$

b $5 + 20 = 25$

c $\cos\beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan\beta = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$ $(= 2)$,

d $\sin\gamma = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\gamma = \frac{\sqrt{20}}{5}$, $\tan\gamma = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ $(= \frac{1}{2})$

e. $\beta = \tan^{-1}(2) = 63^\circ$ en $\gamma = \tan^{-1}(\frac{1}{2}) \approx 27^\circ$

of $\sin^{-1}(\frac{\sqrt{5}}{5})$ of $\cos^{-1}(\frac{\sqrt{20}}{5})$ of $90^\circ - 63^\circ$

f. $\sin\gamma = \cos\beta$, $\cos\gamma = \sin\beta$ en $\tan\gamma = \frac{1}{\tan\beta}$

Overstaande rechthoekszijde van γ
= aanliggende rechthoekszijde van β
Overstaande rechthoekszijde van β
= aanliggende rechthoekszijde van γ
Schuine zijde is voor beide hetzelfde.

32 a $AB = \sqrt{20}$, $BC = 4$, $AC = \sqrt{45}$

b Zie plaatje op de volgende bladzijde.

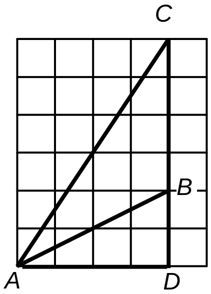
$\tan\angle BAD = \frac{2}{3}$,

dus $\angle BAD = \tan^{-1}(\frac{2}{3}) \approx 33{,}7^\circ$

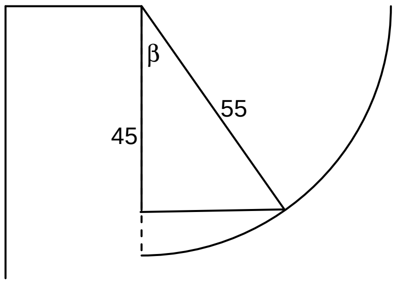
$\tan\angle CAD = 1\frac{1}{2}$,

dus $\angle BAD = \tan^{-1}(1\frac{1}{2}) \approx 56{,}3^\circ$

dus $\angle CAB = 56{,}3 - 33{,}7 = 22{,}6^\circ$



33 Zie plaatje.



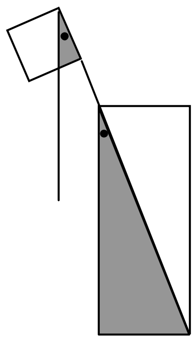
$\cos\beta = \dfrac{45}{55}$, dus $\beta \approx 35{,}1°$, $\alpha = 125{,}1°$

OKER

24.1 HOOGTE NE AFSTAND BEPALEN

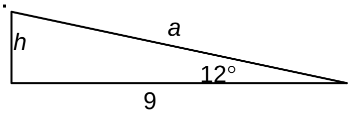
4 De grijze driehoeken zijn gelijkvormig, want ze hebben beide een rechte hoek en de hoeken waar de punt in staat zijn gelijk (*F*-hoeken).
De vergrotingsfactor is $\frac{400}{12} = 33\frac{1}{3}$

Dus de diepte is $33\frac{1}{3} \cdot 30$
$= 1000$ cm, dus 10 meter.



24.2 SINUS EN COSINUS

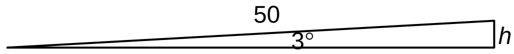
13 Zie plaatje. De lengte van de buis is *a* en het hoogteverschil *h*.



$\cos 12° = \dfrac{9}{a}$, dus $a = \dfrac{9}{\cos 12^o} \approx 9{,}2$ dm

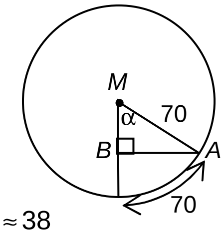
Nu kan je *h* met de stelling van Pythagoras berekenen: 1,9 dm

14



Het hoogteverschil noemen we *h*, zie plaatje.
Dan $\sin 3° = \dfrac{h}{50}$, dus $h = 50 \cdot \sin 3° \approx 2{,}6$ meter

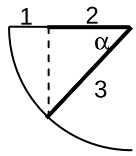
15 Zie plaatje.



$\alpha = \dfrac{70}{2\pi \cdot 70} \cdot 360° \approx$
$57{,}3°$
$\cos\alpha = \dfrac{BM}{AM} = \dfrac{BM}{70}$
Dus $BM = 70 \cdot \cos 57{,}3° \approx 38$
De gevraagde hoogte is $70 - 38 = 32$ cm

24.3 INV SIN EN INV COS

20 $\cos\alpha = \frac{2}{3}$, dus $\alpha \approx 48°$



23 $\dfrac{CH}{10} = \sin 70°$, dus $CH = 10 \cdot \sin 70°$.

$\sin\beta = \frac{CH}{15} = \frac{10 \cdot \sin 70^o}{15}$, dus $\beta \approx 39°$
$HB^2 = 15^2 - CH^2$ geeft: $HB = 11{,}69$
$AH = 10 \cdot \cos 70° = 3{,}42$ en
$AB = AH + HB \approx 15{,}11$

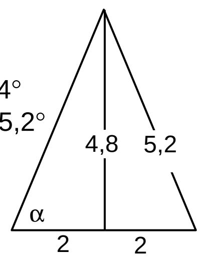
24.3 TANGENS

27 a $\tan 2\frac{1}{2}° = \dfrac{h}{x}$, dus $h = x \cdot \tan 2\frac{1}{2}°$

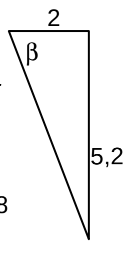
b $h = (200 + x) \cdot \tan 2°$

c $x \cdot \tan 2\frac{1}{2}° = 200 \cdot \tan 2° + x \cdot \tan 2°$, dus
$0{,}043\ldots \cdot x = 0{,}034.. \cdot x + 6{,}98\ldots$
$x = \frac{6{,}98..}{0{,}043 - 0{,}034} \approx 799$ meter
$h = 977 \cdot \tan 2\frac{1}{2}° \approx 34{,}9$ meter

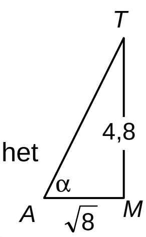
29 a Zie plaatje: $\tan\alpha = 2{,}4$,
Dus $\alpha \approx 67{,}4°$
Er zijn twee hoeken van $67{,}4°$
en één van $180 - 2 \cdot 67{,}4 = 45{,}2°$
Dus: 67, 67 en 45 graden.



b Zie plaatje: $\tan\beta = 2{,}6$,
dus $\beta \approx 69°$
Die hoeken zijn dus
69, 21 en 90 graden



c Zie plaatje.
A is een hoekpunt van het vierkante grondvlak.



M is het midden van het grondvlak en T het punt midden boven.

Dan $\tan\alpha = \frac{4{,}8}{\sqrt{8}}$, dus $\alpha \approx 59°$.

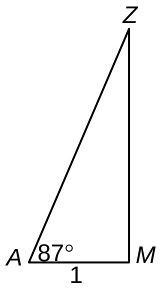
EXTRA OPGAVEN

1 **a** $90 - 82{,}8 = 7{,}2°$

b $7{,}2 : 360 = 0{,}02$

2 **a** Zie plaatje.

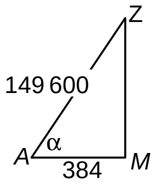
$AZ = \dfrac{1}{\cos 87°} \approx 19{,}1$



b Zie plaatje.

$\cos\alpha = \frac{384}{149600}$,

dus $\alpha \approx 89{,}85°$



c. $\dfrac{1}{\cos 89{,}85^o} : 1 = 382 : 1$

$\dfrac{1}{\cos 89{,}86^o} : 1 = 409 : 1$

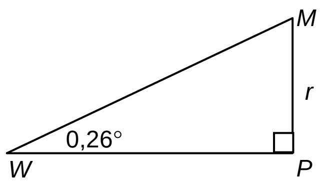
d. $\cos 89{,}05° = \dfrac{OB}{OM}$, dus $OM = \dfrac{1}{\cos 89{,}05^o}$

≈ 60 vanaf het middelpunt, (of 59 vanaf de rand).

e. straal aarde $= \dfrac{40076{,}6}{2\pi} \approx 6378$ km

Afstand $= 59 \cdot 6378 \approx 376\,000$ km (vanaf de rand)

3 **a.**



$\tan 0{,}26° = \dfrac{r}{WP}$, dus $r = WP \cdot \tan 0{,}26° \approx$ 1700 km

$\sin 0{,}26° = \dfrac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \sin 0{,}26° \approx$ 1700 km

b. $\tan 0{,}26° = \dfrac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \tan 0{,}26° \approx$ 1700 km

c. $\dfrac{\text{afstand aarde - zon}}{\text{afstand aarde - maan}} = 390$, dus

straal zon $= 390 \cdot 1700 \approx 663\,000$ km

4 **a** $\text{lengte}^2 = 25^2 + 6^2 = 661$, dus lengte $\approx 25{,}7$

b $\tan\alpha = \frac{25}{6}$, dus $\alpha \approx 77°$

5 $\tan\angle PAB = \frac{5}{7}$, dus $\angle PAB \approx 36°$ en $\angle PBA = 54°$

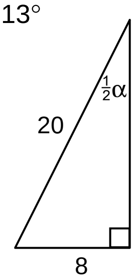
6 De stijging op het eerste stuk is x meter en op het tweede y meter. Dan:

$x = 800 \cdot \sin 6°$ en $y = 1200 \cdot \sin 13°$

$x + y \approx 354$ meter stijging

7 Zie plaatje.

$\sin \frac{1}{2}\alpha = \frac{8}{20}$, dus $\alpha \approx 47°$



8 $\tan\angle BFC = 1\frac{1}{3}$ $\angle BFC \approx 53°$

$BD^2 = 8^2 + 4^2 = 80$, $BD = \sqrt{80}$

$\tan\angle BED = \dfrac{\sqrt{80}}{3}$, dus $\angle BED \approx 71°$

$FB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

$EB^2 = 8^2 + 4^2 + 3^2 = 89$

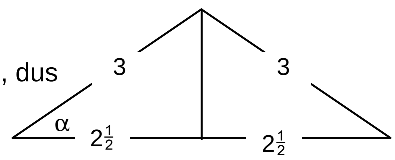
$\tan\angle FBE = \dfrac{8}{5}$, dus $\angle FBE \approx 58°$

9 De gevraagde hoek noemen we α. Een diagonaal in het grondvlak is $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$, dus $\tan\alpha = \dfrac{10}{5} = 2$ en $\alpha = 63{,}4°$.

10 Zie plaatje.

$\cos\alpha = \dfrac{2\frac{1}{2}}{3}$, dus

$\alpha = 33{,}6°$



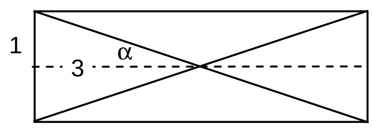
Er zijn dus twee hoeken 33,6 en één hoek van $180 - 2 \cdot 33{,}6 = 112{,}9°$.

De hoeken zijn 33, 33 en 113 graden.

11 De diagonaal van het grote vierkant is $\sqrt{72}$.

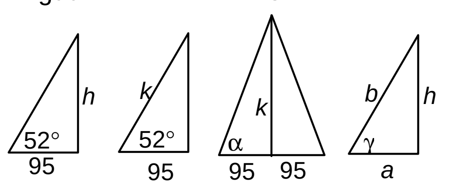
De diagonaal van het kleine vierkant is $\sqrt{72} - 6$, de zijde is $(\sqrt{72} - 6) \cdot \cos 45°$ $\approx 1{,}76$

12 Zie plaatje.



$\tan\alpha = \frac{1}{3}$ dus $\alpha =\approx 18{,}4°$, dus de gevraagde hoek is ongeveer 37°.

13 figuur 1 2 3 4



a Zie figuur 1: $h = 95 \cdot \tan 52° \approx 121{,}6$ meter

b Zie figuur 2: $k = \dfrac{95}{\cos 52^o} \approx 154{,}3$ meter

c Zie figuur 3: $\tan\alpha = \dfrac{k}{95} \approx 1{,}624..,\ \alpha \approx 58{,}4^\circ$

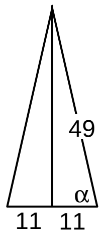
$\beta = 180 - 2 \cdot 58{,}4 = 63{,}2^\circ$

d Die ribbe noemen we a.
$a^2 = 95^2 + 95^2$, dus $a \approx 134{,}35$

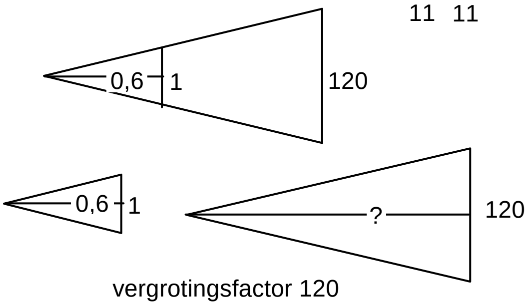
e Die hoek noemen we γ, dan $\tan\gamma = \frac{121{,}6}{134{,}35}$ en $\gamma \approx 42^\circ$.

14 a $\cos\alpha = \frac{11}{49}$, dus $\alpha \approx 77^\circ$

b $\text{hoogte}^2 = 49^2 - 11^2$,
dus hoogte $\approx$ 47,7 cm
dus 477 mm



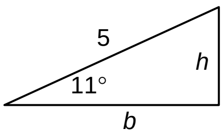
15



vergrotingsfactor 120

Zie schets: ?= $0{,}6 \cdot 120 = 72$ m

16 a

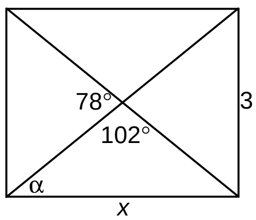


$\sin 11^\circ = \dfrac{h}{5}$ geeft: $h \approx 0{,}954$ meter

b $b = 5 \cdot \cos 11^\circ \approx 4{,}9$
Een optrede is $\frac{0{,}954}{5} \approx 0{,}19$, dus 19 cm
Een aantrede is ongeveer $\frac{4{,}9}{5}$, dus 98 cm

17 Zie plaatje: $\alpha = \frac{1}{2}(180 - 102) = 39^\circ$

$\tan 39^\circ = \dfrac{3}{x}$, dus $x = \dfrac{3}{\tan 39^\circ} \approx 3{,}7$

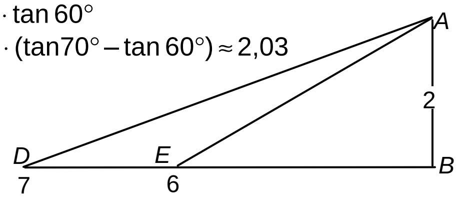


18 $\tan 62{,}71^\circ = \dfrac{PQ}{108{,}73}$ geeft:

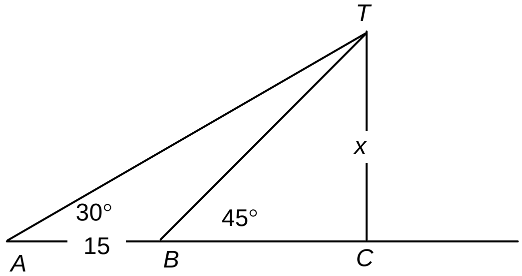
$PQ \approx 210{,}751$ meter, dus 21075 cm

19 $\tan 70^\circ = \dfrac{DB}{2}$, dus $DB = 2 \cdot \tan 70^\circ$

$EB = 2 \cdot \tan 60^\circ$
$DE = 2 \cdot (\tan 70^\circ - \tan 60^\circ) \approx 2{,}03$



20



a Zie plaatje: $BC = x$, want driehoek BCT is gelijkbenig.

$\tan 30^\circ = \dfrac{x}{x+15}$, dus

$x + 15 = \dfrac{x}{\tan 60^\circ} = 1{,}73x$

b $x = \frac{15}{0{,}73} \approx 20{,}5$

21 $\tan 75^\circ = \dfrac{KD}{36{,}75}$

$KD = 36{,}75 \cdot \tan 75^\circ \approx 137{,}15$
Dus ongeveer 137 meter