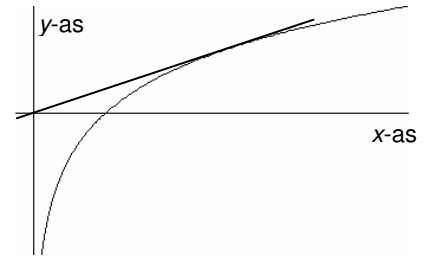


1 Raaklijn door de oorsprong

Er is een raaklijn aan de grafiek van $y = \ln x$ die door de oorsprong gaat. Noem de x -coördinaat van het raakpunt a .



a. Leg uit dat geldt: $\ln'(a) = \frac{\ln a}{a}$.

b. Bereken exact uit deze vergelijking welk getal a is.

2 Teken op de GR de grafiek van de functie $y = x^x$ ($x > 0$).

a. Leg uit dat $x^x = e^{x \cdot \ln x}$.

b. Bewijs dat $\frac{d}{dx} x^x = x^x \cdot (1 + \ln x)$

c. Bereken de minimale waarde die x^x kan aannemen.

3 Los de volgende vergelijkingen exact op:

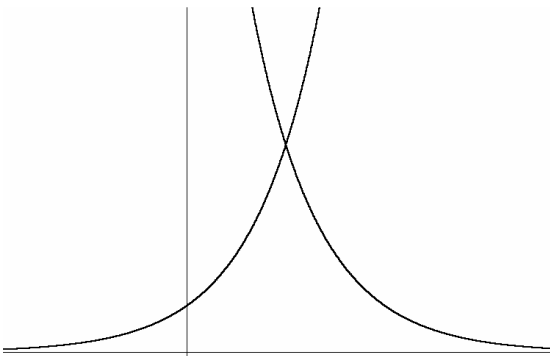
$2 \ln x + \ln 2 = 4$

$\ln x = -\ln x + 4$

Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.

4 Hieronder staan de grafieken van de functies $f(x) = e^x$ en $g(x) = e^{-x+3}$.

a. Hoe ontstaat de grafiek van g uit die van $y = e^{-x}$ door verschuiven? En door vermenigvuldigen? Bewijs je antwoord.



De raaklijnen aan de beide grafieken in het snijpunt en de x -as sluiten een driehoek in.

b. Bereken de oppervlakte van de driehoek.

Een horizontale lijn snijdt de grafieken in twee punten met afstand 6.

c. Geef een vergelijking van die lijn. (Twee mogelijkheden!)

5 We bekijken alle mogelijke functies met een formule van de vorm $y = x^p \cdot \ln x$, waarbij p elk reëel getal mag zijn.

a. Neem $p=3$ en toon aan dat het exacte minimum van de functie $-\frac{1}{3e}$ is.

Voor welke waarde van x wordt dit minimum bereikt?

b. Bereken exact voor welke waarde van p het buigpunt van de grafiek x -coördinaat 1 heeft.

6 $f(x) = x + 3^{-x}$

a. Teken de grafiek op de GR. Je ziet dat de grafiek voor grote x bijna een rechte lijn is. Verklaar dit uit de formule van $f(x)$.

b. Toon aan dat ${}^3\log \ln 3$ de exacte waarde van x is, waarvoor het minimum van $f(x)$ bereikt wordt.