

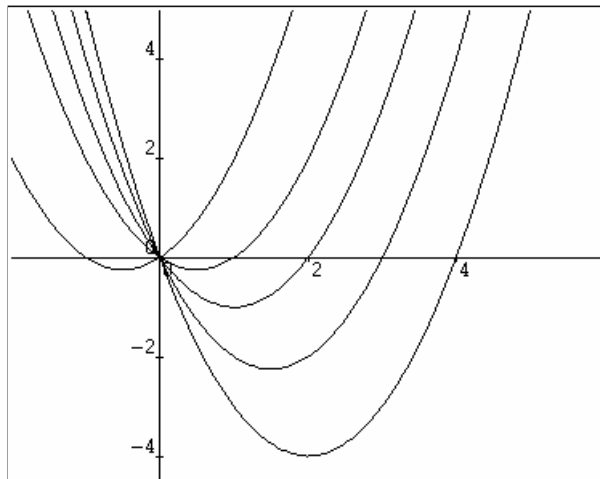
1. Parabolen

Voor elk getal p bekijken we de functie $y = x^2 - px$. Hiernaast staan de grafieken van enkele van deze functies.

- a. Voor welke waarde van p gaat de grafiek van de functie door het punt $(-2,-2)$?

Alle grafieken gaan door het punt $(0,0)$.

- b. Voor welke waarde van p is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in $(0,0)$ gelijk aan 1?
- c. Voor welke waarden van p ligt de top van de parabool op de lijn $y = -1$?



2. Een halve cirkel

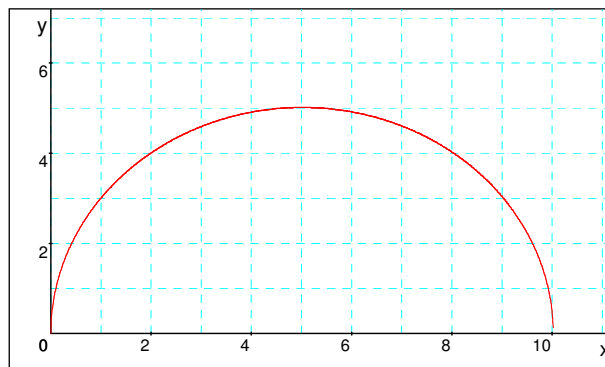
Hiernaast staat de grafiek van de functie

$$f(x) = \sqrt{10x - x^2}$$

De grafiek lijkt wel een halve cirkel te zijn met middelpunt $(5,0)$ en straal 5.

Het punt $(x, \sqrt{10x - x^2})$ ligt op de grafiek.

- a. Bewijs dat dat punt op afstand 5 van $(0,5)$ ligt.
- b. Bereken de hoek die de raaklijn in het punt $(8,4)$ maakt met de x -as in graden nauwkeurig.



$f'(x)$ is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek. De waarden die $f'(x)$ kan aannemen kun je uit de grafiek aflezen.

- c. Wat is het bereik van $f'(x)$? Toelichten.

3. Maximale helling

In een assenstelsel zijn gegeven:

- de oorsprong $O(0,0,0)$,
- het punt $P = (0,0,6)$ op de z -as,
- voor elk getal t het punt $Q = (2t, 6-t, 0)$.

De punten Q liggen allemaal op een rechte lijn. Die is hiernaast getekend.

Als $t=1$, dan $Q = (2,5,0)$. Dat punt is hiernaast getekend

- a. Bereken in dit geval de hellingshoek van de lijn PQ (ten opzichte van het Oxy -vlak). Je mag bij deze vraag niet de onderstaande formule gebruiken.

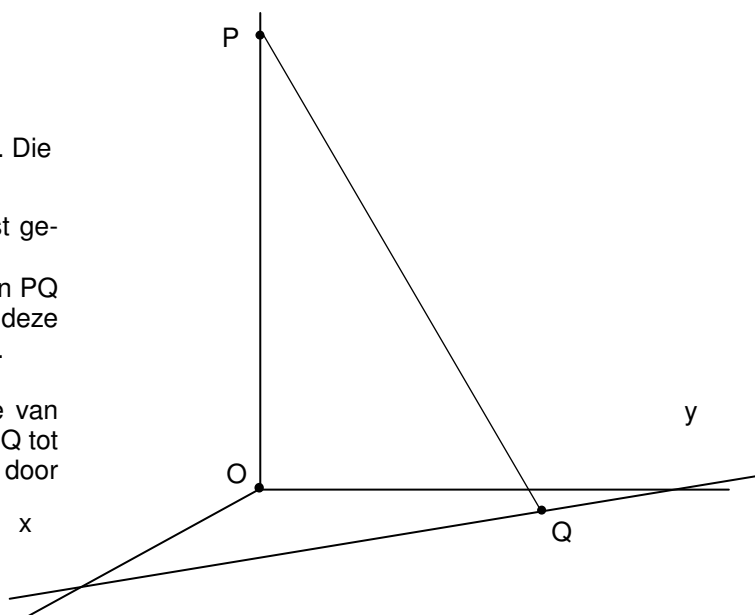
De hellingshoek van de lijn PQ (ten opzichte van het Oxy -vlak) is het grootst als de afstand van Q tot O het kleinst is. Deze afstand wordt gegeven door

de formule: $A = \sqrt{5t^2 - 12t + 36}$. x

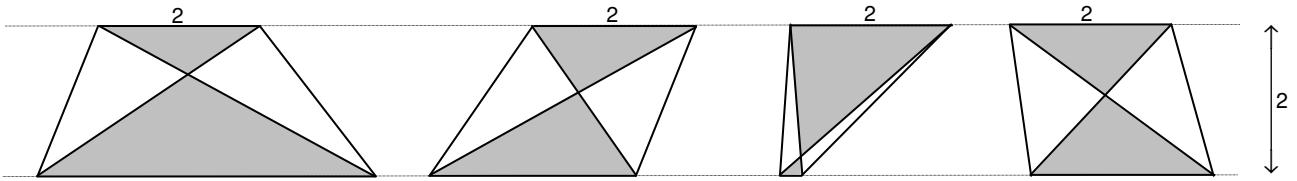
- b. Toon dit aan.

- c. Bereken $\frac{dA}{dt}$.

- d. Voor welke t is de hellingshoek van PQ het grootst?



4. Zandloper



Van de trapezia hierboven is de bovenste zijde 2 en is de onderste zijde variabel, zeg van lengte x . (x is dus een positief getal.) De hoogte van de trapezia is 2.

De diagonalen en de evenwijdige zijden sluiten een "zandloper" in; die bestaat uit de twee grijze driehoeken. Het gaat in deze opgave om de totale oppervlakte $O(x)$ van de zandloper.

Om een formule voor $O(x)$ te vinden, is het nuttig op te merken dat de twee gearceerde driehoeken gelijkvormig zijn. In bijvoorbeeld het eerste trapezium is $x = 4$; de hoogte van de bovenste grijze driehoek is dan $\frac{1}{3}$ van de totale hoogte 2 en de hoogte van de onderste grijze driehoek is $\frac{2}{3}$ van de totale hoogte 2.

- a. Bereken de totale oppervlakte van de zandloper in het eerste plaatje. Je mag hierbij niet de onderstaande formule gebruiken.

Voor O geldt de formule: $O(x) = \frac{x^2 + 4}{x + 2}$.

Hiernaast staat de grafiek van O . Ook is de grafiek van de lijn $y = x - 2$ getekend. De grafiek van O ligt geheel boven de lijn $y = x - 2$.

Dus $\frac{x^2 + 4}{x + 2} > x - 2$.

- b. Toon langs algebraïsche weg aan dat dat inderdaad voor elke x geldt.
- c. Bereken voor welke x geldt: $O(x) < x - 1,9$.

Anneke denkt dat de oppervlakte van de zandloper het kleinst is voor $x = 0,8$.

- d. Bereken $\frac{dO}{dx}$ als $x = 0,8$.

Anneke heeft dus geen gelijk.

- e. Is de waarde van x waarvoor $O(x)$ het kleinst is groter of kleiner dan 0,8? Toelichten.

