



# GETALLENLIJN

## 9.0 INTRO

### Onder nul

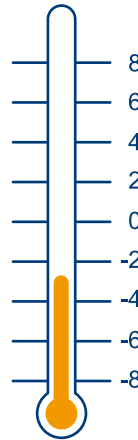
- 1 Temperaturen worden in ons land gemeten in graden Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Bij  $0^{\circ}\text{C}$  bevriest water. In de winter is het vaak kouder dan  $0^{\circ}\text{C}$ . Zo was de middagtemperatuur op 29 december 2006 in Leeuwarden drie graden onder nul. Dit wordt aangegeven met  $-3^{\circ}\text{C}$ .

In de nacht van 29 op 30 december was de temperatuur nog vier graden lager.

- a Hoe koud was het die nacht?

Op 30 december 's middags was het in Leeuwarden vier graden boven nul.

- b Met hoeveel  $^{\circ}\text{C}$  is de temperatuur gestegen ten opzichte van de nachttemperatuur?



- 2 Egon studeert en heeft dus vaak geldgebrek. Aan het eind van de maand heeft hij nog € 80,- op zijn girorekening staan. Hij moet toch echt een nieuwe winterjas kopen, want zijn oude jas is helemaal versleten. De jas kost hem € 150,-. Dat betaalt hij met zijn pinpas, zodat er € 150,- van zijn rekening wordt afgeschreven. Hij heeft dan een tekort op zijn rekening.  
Hoe groot is dat tekort?



- 3 Hiernaast zie je een tabel met de eindstand van de eredivisie. In het seizoen 2006-2007 is de voetbalclub PSV kampioen geworden. Van de 34 wedstrijden heeft PSV er 23 gewonnen, 6 gelijk gespeeld en 5 verloren. In totaal heeft PSV 75 punten behaald. De score was 75 doelpunten voor en 25 tegen. PSV heeft daarom een positief doelsaldo van 50.
- a Wat is het doelsaldo van Ajax? En van NAC Breda?  
b Hoeveel clubs hebben een negatief doelsaldo?  
c Er zijn twee clubs met hetzelfde doelsaldo. Welke clubs zijn dat?

Ton is voor de club met een negatief doelsaldo van 8.

- d Voor welke club is Ton?  
e Heeft de club met de minste punten automatisch het slechtste doelsaldo?  
f Wat is het doelsaldo van alle clubs bij elkaar?

Eindstand eredivisie seizoen 2006-2007							
			W	G	V	pt	Score
1	PSV	34	23	6	5	75	75-25
2	Ajax	34	23	6	5	75	84-35
3	AZ	34	21	9	4	72	83-31
4	FC Twente	34	19	9	6	66	67-37
5	SC Heerenveen	34	16	7	11	55	60-43
6	Roda JC	34	15	9	10	54	47-36
7	Feyenoord	34	15	8	11	53	56-66
8	FC Groningen	34	15	6	13	51	54-54
9	FC Utrecht	34	13	9	12	48	41-44
10	NEC	34	12	8	14	44	36-44
11	NAC Breda	34	12	7	15	43	43-54
12	Vitesse	34	10	8	16	38	50-55
13	Sparta R'dam	34	10	7	17	37	40-66
14	Heracles Almelo	34	7	11	16	32	32-64
15	Willem II	34	8	7	19	31	31-64
16	Excelsior	34	8	6	20	30	43-65
17	RKC Waalwijk	34	6	9	19	27	33-60
18	ADO Den Haag	34	3	8	23	17	40-72

# 9.1 GEHELE GETALLEN OPTELLEN EN AFTREKKEN

## Natuurlijke getallen

- 4 De natuurlijke getallen zijn de getallen 0, 1, 2, 3, ..., 387, 388, ...
- Die puntjes betekenen enzovoorts.
- a Wat is het kleinste natuurlijke getal?  
b Wat is het grootste natuurlijke getal?

We kunnen een plaatje maken van de natuurlijke getallen, door ze op onderling gelijke afstand aan te geven op een rechte lijn.



Zo'n plaatje noemen we een getallenlijn. Eigenlijk is het maar een stukje van de getallenlijn. Je kunt je vast wel voorstellen hoe de getallenlijn verder loopt.

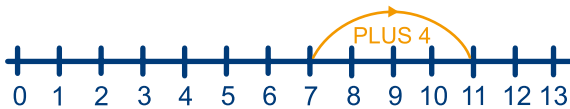
- c Is het mogelijk om de getallenlijn helemaal te tekenen?
- 5 Hieronder zie je een getallenlijn waarop met stippen de even getallen zijn aangegeven.



- a Maak een zelfde soort plaatje van de drievouden.  
b Maak ook een plaatje van de delers van 12.



- 6 Op de getallenlijn zie je wat er gebeurt als je het getal 7 in het machientje PLUS 4 stopt: je gaat vanuit 7 vier stapjes naar rechts.

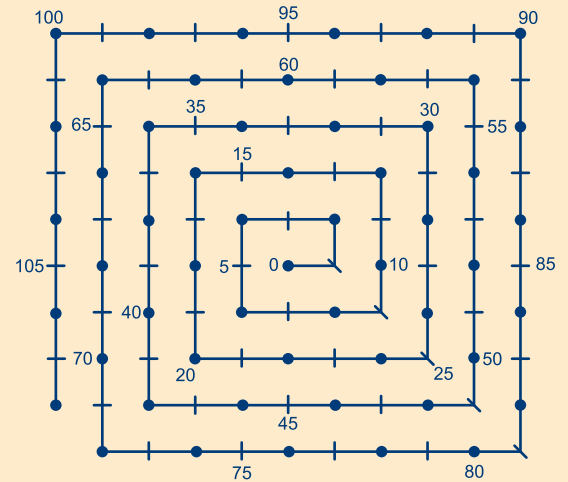


Je ziet dat  $7 + 4 = 11$ .

- a Teken ook zo'n getallenlijn.  
b Teken nog drie andere pijlen die horen bij het machientje PLUS 4.  
c Teken op een nieuwe getallenlijn een paar pijlen die horen bij het machientje MIN 4.  
d Op de getallenlijn hiernaast is de plaats van de getallen 0, 3 en  $x$  aangegeven. Geef op de getallenlijn op je werkblad de plaats van  $x + 3$  en  $x - 3$  aan.



Om een groter stuk van de getallenlijn te kunnen tekenen hebben we de getallenlijn opgerold. Op de opgerolde getallenlijn zijn de even getallen met een dikke stip aangegeven.



- a Geef met een rode stip de kwadraten aan.  
b Geef met een blauwe stip de getallen aan die een vijfvoud zijn en ook even zijn.

Als het goed is heb je 0 zowel blauw als rood gekleurd.

- c Er is naast 0 nog een getal dat zowel blauw als rood gekleurd is. Welk getal is dat?

Als je de getallenlijn verder tekent, kom je nog meer getallen tegen die zowel blauw als rood gekleurd zijn.

- d Welk getal is het eerstvolgende getal dat zowel blauw als rood gekleurd wordt?  
e En wat is het daaropvolgende getal met deze eigenschap?



- 7 We gaan de werking van de machientjes PLUS 4 en MIN 4 op de getallenlijn bekijken. Neem over en vul in ( $x$  is een variabele).
- $7 \rightarrow \text{PLUS } 4 \rightarrow \underline{\quad}$        $7 \rightarrow \text{MIN } 4 \rightarrow \underline{\quad}$   
 $3 \rightarrow \text{PLUS } 4 \rightarrow \underline{\quad}$        $13 \rightarrow \text{MIN } 4 \rightarrow \underline{\quad}$   
 $x \rightarrow \text{PLUS } 4 \rightarrow \underline{\quad}$        $x + 5 \rightarrow \text{MIN } 4 \rightarrow \underline{\quad}$   
 $x + 2 \rightarrow \text{PLUS } 4 \rightarrow \underline{\quad}$        $\underline{\quad} \rightarrow \text{MIN } 4 \rightarrow x$

## 9.1 GEHELE GETALLEN OPTELLEN EN AFTREKKEN

Bij het machientje MIN 4 kun je geen pijl tekenen die uit 1 vertrekt: je wilt eigenlijk vier stapjes naar links, maar na één stapje ben je al bij 0 aanbeland, en dan kun je niet verder.



In plusmachientjes kun je alle natuurlijke getallen stoppen: het machientje spuugt altijd weer een natuurlijk getal uit. Minmachientjes weten met sommige getallen geen raad: als je in het machientje MIN 4 het getal 1 stopt, slaat het op tilt. Het machientje kan geen natuurlijk getal uitspugen.

Als we de som  $1 - 4$  willen uitrekenen, hebben we een probleem. We komen onder nul uit. De getallenlijn moet daarom uitgebreid worden. De getallen die er onder nul bijkomen zijn **negatieve getallen**.

We breiden de getallenlijn naar links uit: één stapje links van 0 zetten we het getal -1 neer, twee stapjes links van 0 zetten we -2 neer, enzovoorts.



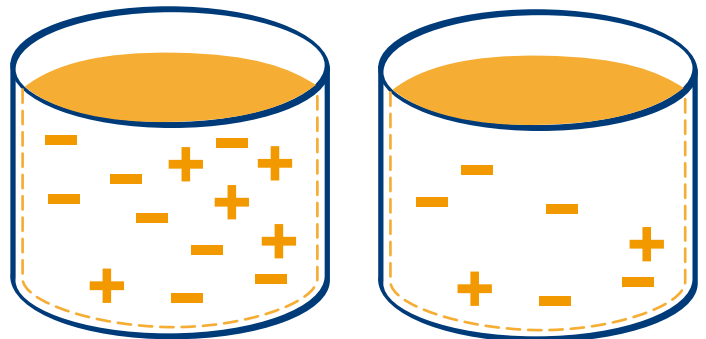
De getallen  $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  worden **gehele getallen** genoemd.  $-1, -2, -3, \dots$  heten **negatief**;  $1, 2, 3, \dots$  heten **positief**. 0 is niet positief en ook niet negatief.

Op onze nieuwe getallenlijn kunnen we wel op alle getallen het machientje MIN 4 laten werken. Zo zie je dat  $1 - 4 = -3$ .



We kunnen ons het getal -3 ook voorstellen met blokjes. Je hebt een bak met koude en met warme blokjes. De koude blokjes zijn de negatieve getallen en de warme blokjes de positieve getallen. Elk blokje heeft de waarde +1 of  $-1^\circ\text{C}$ . Een koud blokje samen met een warm blokje geeft  $0^\circ\text{C}$ , dus het getal 0. Het getal -3 betekent dat er drie koude blokjes meer in de bak zitten dan warme blokjes.

- 8 Hiernaast zijn twee bakken getekend met daarin warme en koude blokjes. In de linker bak zitten 5 warme en 8 koude blokjes. De temperatuur in deze bak is dus  $-3$  graden. In de rechter bak zitten 2 warme en 5 koude blokjes. In deze bak is de temperatuur dus ook  $-3$  graden.
- Teken zelf nog twee verschillende bakken waarin de temperatuur  $-3$  graden is.
  - Teken ook twee verschillende bakken waarin de temperatuur 4 graden is.



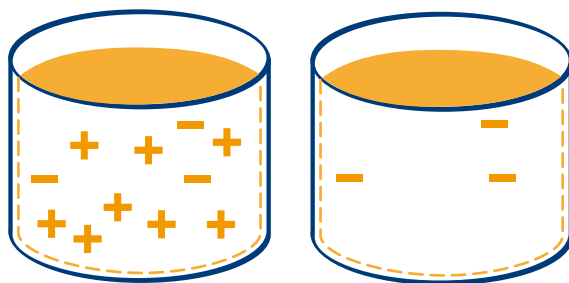
In de linker bak zitten 5 warme blokjes meer dan koude. De temperatuur in deze bak is dus 5 graden.

Als je 8 warme blokjes uit de linker bak haalt, dan daalt de temperatuur met 8 graden. De temperatuur wordt  $-3$  graden.

Bij dit verhaal hoort de som  $5 - 8 = -3$ .

Met behulp van de getallenlijn kun je nagaan dat  $5 - 8$  ook als antwoord  $-3$  heeft.

Het blijkt dat  $5 - 8$  hetzelfde is als  $5 - 8$ .



5      8 warme eruit      -3



9

Bereken:

$$8 - 17$$

$$12 - 17$$

$$28 - 17$$

$$13 - 27$$

$$16 - 27$$

$$24 - 27$$

9

Hieronder staan twee aftreketabellen. De drie getallen aan de bovenkant moeten worden afgetrokken van de drie getallen aan de linker zijkant. Als voorbeeld is 3 van 12 afgetrokken: uitkomst 9. Neem de aftreketabellen over en vul ze verder in.

-	3	8	17
12	9		
5			
9			

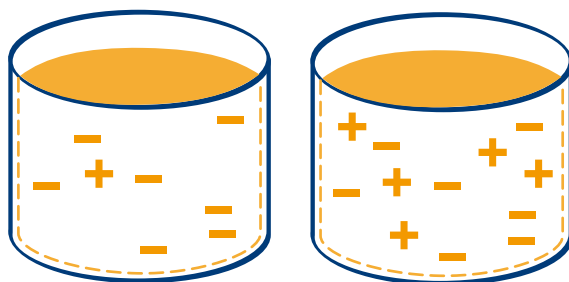
-	17		24
9		-3	
	-3		-10
8			

De temperatuur in de linker bak is  $-6$  graden (in deze bak zitten dus 6 koude blokjes meer dan warme). Als je 4 warme blokjes in deze bak gooit, dan stijgt de temperatuur met 4 graden. De temperatuur wordt  $-2$  graden.

Bij dit verhaal hoort de som  $-6 + 4 = -2$ .

Met behulp van de getallenlijn kun je nagaan dat  $-6 + 4$  ook als antwoord  $-2$  heeft.

Het blijkt dat  $-6 + 4$  hetzelfde is als  $-6 + 4$ .



-6      4 warme erbij      -2



10

Bereken:

$$-17 + 8$$

$$-17 + 12$$

$$-17 + 28$$

$$-9 + 27$$

$$-9 + 13$$

$$-9 + 2$$

10

Hieronder staan twee opteltabellen. De drie getallen aan de bovenkant moeten worden opgeteld bij de drie getallen aan de linker zijkant. Als voorbeeld is 1 bij  $-3$  opgeteld: uitkomst  $-2$ . Neem de opteltabellen over en vul ze verder in.

+	1	6	2
-3	-2		
-12			
-7			

+			31
			40
-18		-12	
-11	-7		

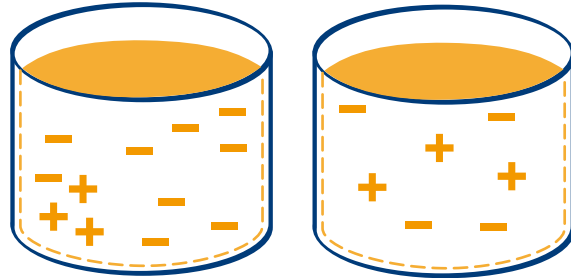
# 9.1 GEHELE GETALLEN OPTELLEN EN AFTREKKEN

We hebben alleen nog maar warme blokjes uit de bak gehaald of erbij gegooid. We kunnen dit ook met de koude blokjes doen.

In de linker bak is de temperatuur  $-6$  graden (in deze bak zitten dus 6 koude blokjes meer dan warme). Als je 5 koude blokjes uit deze bak haalt, dan stijgt de temperatuur met 5 graden. De temperatuur wordt  $-1$ . Dus  $-6 - 5 = -1$ .

Je had de temperatuur ook met 5 graden kunnen laten stijgen door 5 warme blokjes in de bak te gooien.

Het blijkt dat  $-6 - 5$  hetzelfde is als  $-6 + 5$ . Koude blokjes weghalen komt dus op hetzelfde neer als warme blokjes toevoegen.



-6      5 koude eruit      -1



11 Bereken:

$$\begin{array}{r} -5 - -4 \\ -5 - -5 \\ -5 - -6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -5 - -10 \\ -5 - -14 \\ -5 - -17 \end{array}$$

11 Hieronder staan twee aftrektabellen. De drie getallen aan de bovenkant moeten worden afgetrokken van de drie getallen aan de linker zijkant. Als voorbeeld is  $-1$  van  $2$  afgetrokken: uitkomst  $3$ . Neem de aftrektabellen over en vul ze verder in.

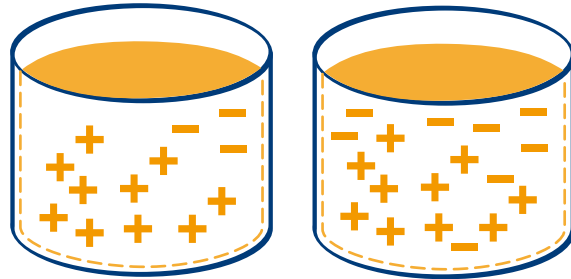
-	-1	5	-7
2	3		
-6			
-10			

-	-6		
0			8
2		4	
	-3		

In de linker bak is de temperatuur  $7$  graden. Als je 5 koude blokjes in deze bak gooit, dan daalt de temperatuur met 5 graden. De temperatuur wordt  $2$  graden. Dus  $7 + -5 = 2$ .

Je had de temperatuur ook met 5 graden kunnen laten dalen door 5 warme blokjes uit de bak te halen.

Het blijkt dat  $7 + -5$  hetzelfde is als  $7 - 5$ . Koude blokjes toevoegen komt dus op hetzelfde neer als warme blokjes weghalen.



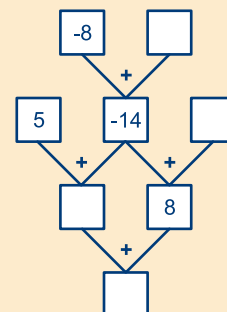
7      5 koude erbij      2



12 Bereken:

$$\begin{array}{r} 12 + -7 \\ 23 + -11 \\ 17 + -19 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -7 + -11 \\ -13 + -27 \\ -35 + -49 \end{array}$$

12 Neem het onderstaande schema over en vul de open plaatsen in.



In de opgaven 9 tot en met 12 heb je gezien dat:

- warme blokjes weghalen op hetzelfde neerkomt als koude blokjes toevoegen;
- warme blokjes toevoegen op hetzelfde neerkomt als koude blokjes weghalen.

- 13 Maak de volgende berekeningen. Maak eerst van de aftrekking een optelling. Bij de eerste twee opgaven is al een begin gemaakt.

$$\begin{aligned} 3 - 8 &= 3 + 8 = \\ -2 - 5 &= -2 + 5 = \\ 0 - 8 & \\ 5 - 13 & \\ -6 - 3 & \end{aligned}$$

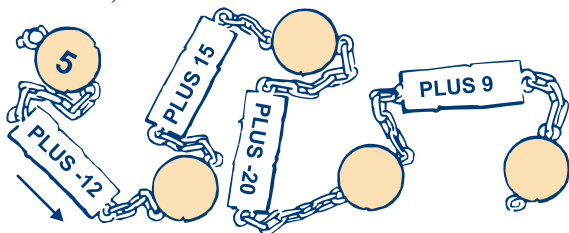
- 14 a Bedenk drie opgaven die als uitkomst -7 hebben. In de opgaven moeten steeds twee gehele getallen bij elkaar worden opgeteld.

- b Bedenk drie opgaven die als uitkomst -7 hebben. In de opgaven moeten steeds gehele getallen van elkaar worden afgetrokken.

- 15 Bereken:

$$\begin{aligned} -5 + 3 + -2 \\ 4 + -8 + 3 \\ -2 + -7 + -1 \\ -8 + 12 + -4 \end{aligned}$$

- 16 Op je werkblad staat de onderstaande ketting van machientjes.



- a Vul in de ketting de juiste getallen in.  
b Neem de tabel over en vul hem verder in.

als je begint met	5	6	-6	0
eindig je met				

Het getal waarmee je eindigt is kleiner dan het getal waar je mee begint.

- c Welk getal moet je bij je begingetal optellen om het eindgetal te krijgen?
- 17 Maak de volgende berekeningen. Schrijf tussenstappen op. De eerste berekening is als voorbeeld al gemaakt.
- $$\begin{aligned} 5 - (-3 - 7) &= 5 - -10 = 5 + 10 = 15 \\ 3 - (7 - 8) &= \\ -7 - (-6 - 2) &= \end{aligned}$$



- 13 Pacman lust graag getallen. Hij start linksonder en eindigt altijd rechtsboven bij -5. Hij mag daarbij alleen maar naar rechts of naar boven.

Als Pacman helemaal naar rechts gaat en dan naar boven, is de som van de getallen die hij gegeten heeft 0, want  $2 + -3 + 7 + 1 + -2 + -5 = 0$ .

4	9	-6	3	-5
-1	-4	8	-9	-2
2	-3	7	1	

- a Op hoeveel manieren kan Pacman lopen?  
b Hoe moet Pacman lopen om -1 te eten? En -5?  
c Wat is de minimale som? En de maximale?

- 14 In hoofdstuk 1 heb je de getallen 1 tot en met 9 op de rug van een schildpad geplaatst, zodanig dat er een toevierkant ontstond. In elke rij, kolom en diagonaal was de som van de getallen steeds gelijk.

In plaats van alleen positieve getallen te gebruiken, kunnen we natuurlijk ook toevierkanten maken met daarin positieve en/of negatieve getallen.

Neem de onderstaande vierkanten over en vul ze verder in zodanig dat er twee toevierkanten ontstaan.

3		
-7		1
-5		

-10		-8
	-7	
		-4



# 9.1 GEHELE GETALLEN OPTELLEN EN AFTREKKEN

- 18 Lees het gedicht dat hiernaast staat. Is deze mevrouw afgevallen of niet?

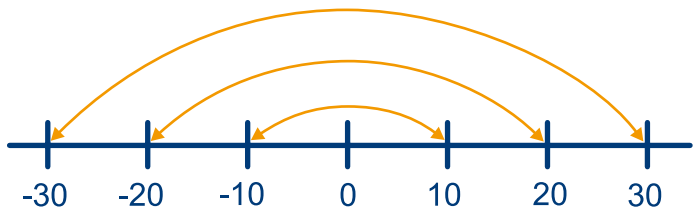
VAKANTIEDIEET  
 Daar ijs en wijntjes tot mijn spijt  
 mijn taille niet versmallen,  
 ben ik in de vakantietijd  
 ruim min drie kilo afgevallen.  
 Marjolein Kool



Mocht je nog moeite hebben met het optellen en aftrekken van gehele getallen, ga dan naar de site van de Wageningse Methode en klik op applet 9.1 - Optellen en aftrekken van gehele getallen.

## Tegengestelde

De getallen 10 en -10 liggen op de getallenlijn even ver van 0 af. 10 en -10 heten elkaars tegengestelde. Hetzelfde geldt voor 30 en -30, en 20 en -20.



Twee getallen die aan weerskanten van 0 op de getallenlijn liggen en een gelijke afstand tot 0 hebben heten elkaars **tegengestelde**.  
 Het tegengestelde van 0 is 0.  
 Het tegengestelde van  $x$  schrijven we als  $-x$ .

- 19 a Welk getal is het tegengestelde van -3?  
 En welk getal is het tegengestelde van 73?

Op de getallenlijn is een geheel getal  $x$  aangegeven. We weten niet welk getal  $x$  is.

- b Is  $x$  positief of negatief?  
 c Neem de getallenlijn over en geef met een verticaal streepje de plaats aan van het tegengestelde van  $x$ .  
 d Als  $x$  het getal -3 is, welk getal is  $-x$  dan?  
 e Als  $x$  een negatief getal is, wat kun je dan zeggen over  $-x$ ?



- 20 Bereken:
- |            |             |
|------------|-------------|
| $-17 + 17$ | $-(-3)$     |
| $35 + -35$ | $-(-3 + 8)$ |
| $x + -x$   | $8 + -(-3)$ |



Als twee getallen elkaars tegengestelde zijn, dan is hun som gelijk aan 0.

- 21 Ik heb een getal in mijn hoofd. Ik zeg niet welk getal. Nu neem ik het tegengestelde van dat getal. Dan krijg ik een nieuw getal. Nu neem ik van dit nieuwe getal weer het tegengestelde. Dit laatste getal verklap ik: dat is 7. Welk getal heb ik in mijn hoofd?

- 20 a Bereken op een handige manier.  
 $-5 + -4 + -3 + -2 + -1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$   
 Laat zien hoe je het gedaan hebt.  
 b We tellen 100 getallen bij elkaar op. De getallen zijn om en om positief en negatief, dus:  
 $1 + -2 + 3 + -4 + 5 + -6 + \dots + -98 + 99 + -100 = \underline{\hspace{2cm}}$   
 Wat is de uitkomst van deze som? Laat zien hoe je jouw antwoord gevonden hebt.

- 21 Bereken:
- |                     |
|---------------------|
| $-4 + x + 7 + -x =$ |
| $-x + 5 + x - 19 =$ |
| $6 + x - 13 + -6 =$ |
| $-2 - x - -x + 2 =$ |



## Rekenen met letters

- 22** Ton beweert:  
voor gehele getallen  $a$  en  $b$  geldt:  $a - -b = a + b$ .  
Neem voor  $a = 10$  en voor  $b = 20$ .
- a** Wat komt er links van het  $=$ -teken te staan?  
**b** En rechts? Klopt dat?
- 23** Als je drie positieve getallen  $a$ ,  $b$  en  $c$  bij elkaar optelt, kun je dat op twee manieren doen.
- Eerst  $a$  en  $b$  bij elkaar optellen en daarna  $c$  daarbij optellen:  $(a + b) + c$ .
  - Eerst  $b$  en  $c$  bij elkaar optellen en de uitkomst bij  $a$  optellen:  $a + (b + c)$ .
- De uitkomst bij 1. en 2. is altijd hetzelfde.  
Kies voor  $a$  en  $b$  een negatief getal en voor  $c$  een positief getal (welke getallen je kiest, mag je zelf weten). Ga na of in jouw geval manier 1. en manier 2. dezelfde uitkomst geven.

Voor gehele getallen  $a$ ,  $b$  en  $c$  is de gelijkheid  $(a + b) + c = a + (b + c)$  juist.

- 24 a** Neem de tabel hiernaast over en vul hem in. De eerste rij is als voorbeeld al gedeeltelijk gemaakt.
- b** Zoals je ziet zijn  $a - b$  en  $b - a$  niet gelijk. Wat kun je wel zeggen over  $a - b$  en  $b - a$ ?

$a$	$b$	$a - b$	$b - a$
3	5	-2	
-4	9		
6	-3		
-2	-5		

- 25** Schrijf eenvoudiger; de eerste is als voorbeeld al gemaakt.
- $$a + -3 = a - 3 \qquad a - -5$$
- $$a + -b \qquad a - -b$$
- $$0 - -a \qquad -(-a)$$

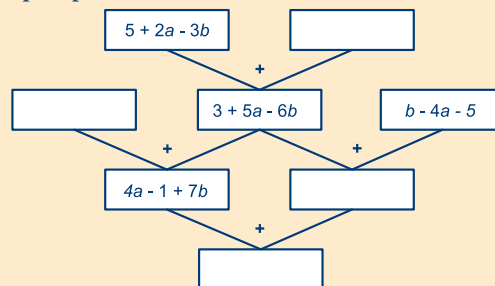
In hoofdstuk 6 heb je  $2a + 3b + 4a + b$  eenvoudiger leren schrijven:  $2a + 3b + 4a + b = 6a + 4b$ .  
Hieronder zie je hoe  $-2a + -4b + -3a + -7b$  eenvoudiger kunt schrijven.  
 $-2a + -4b + -3a + 7b = -5a + 3b$ ,  
want  $-2a + -3a = -5a$  en  $-4b + 7b = 3b$ .



- 26** Schrijf zo eenvoudig mogelijk.
- $$-6a + 2b + -a + -3b$$
- $$-6 + 12a + -5 + 5b$$
- $$12a - -5a - a + 12b$$
- $$9b + -3a + -3a + -9b$$
- $$-1\frac{1}{2}a + -3\frac{1}{2}a - 4b + 2$$



- 26** Neem het onderstaande schema over en vul de open plaatsen in.



Wil je extra oefenen met het rekenen met letters?  
Ga dan naar de site van de Wageningse Methode en klik op applet 9.2 - Rekenen met letters 1.



## 9.2 VERMENIGVULDIGEN EN DELEN

We hebben geleerd hoe we gehele getallen moeten optellen en aftrekken, nu willen we natuurlijk ook gaan vermenigvuldigen en delen.

Je weet dat  $3 \cdot 5$  betekent  $5 + 5 + 5$ . Evenzo geldt dat  $3 \cdot -5 = -5 + -5 + -5$ .

Zo kunnen we een stuk van de tafel van  $-5$  opschrijven.

- 27 a Neem de tafel van  $-5$  over en vul hem verder in.  
b Neem de tafel van  $-7$  over en vul hem verder in.

We bekijken eens goed het begin van de tafel van 5: elke keer als je een stapje omlaag gaat, komt er 5 bij. Zo kun je bijvoorbeeld  $6 \cdot 5$  berekenen:  
 $6 \cdot 5 = 25 + 5 = 30$ , want  $6 \cdot 5$  staat één stapje onder  $5 \cdot 5$ .

Elke keer als je een stapje omhoog gaat, gaat er 5 vanaf. Die regelmaat willen we voortzetten en zo gaan we  $0 \cdot 5$ ,  $-1 \cdot 5$ ,  $-2 \cdot 5$ , enzovoorts uitrekenen.

- c  $0 \cdot 5$  staat één stapje boven  $1 \cdot 5$ .  
Wat moet er volgens die regelmaat uit  $0 \cdot 5$  komen?  
d Vul de uitgebreide tafel van 5 verder in.  
Werk van onder naar boven.  
e Maak ook de uitgebreide tafel van  $-7$ .  
Werk weer van onder naar boven.

$$\begin{array}{l} 1 \cdot -5 = -5 \\ 2 \cdot -5 = -10 \\ 3 \cdot -5 \\ 4 \cdot -5 \\ 5 \cdot -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \cdot -7 \\ 2 \cdot -7 \\ 3 \cdot -7 \\ 4 \cdot -7 \\ 5 \cdot -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{min } 5 \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot 5 = 5 \\ 2 \cdot 5 = 10 \end{array} \right\} \text{ plus } 5 \\ \text{min } 5 \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 5 = 15 \\ 4 \cdot 5 = 20 \end{array} \right\} \text{ plus } 5 \\ \text{min } 5 \left\{ \begin{array}{l} 5 \cdot 5 = 25 \end{array} \right\} \text{ plus } 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 \cdot 5 = \left. \right\} \text{ min } 5 \\ -4 \cdot 5 = \left. \right\} \text{ min } 5 \\ -3 \cdot 5 = \left. \right\} \text{ min } 5 \\ -2 \cdot 5 = \left. \right\} \text{ min } 5 \\ -1 \cdot 5 = \left. \right\} \text{ min } 5 \\ 0 \cdot 5 = 0 \left. \right\} \text{ min } 5 \\ 1 \cdot 5 = 5 \left. \right\} \text{ min } 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 \cdot -7 = \left. \right\} \\ -4 \cdot -7 = \left. \right\} \\ -3 \cdot -7 = \left. \right\} \\ -2 \cdot -7 = \left. \right\} \\ -1 \cdot -7 = \left. \right\} \\ 0 \cdot -7 = 0 \left. \right\} \\ 1 \cdot -7 = -7 \left. \right\} \end{array}$$



- 28 Bereken (lukt het niet uit je hoofd, schrijf dan een stukje van de uitgebreide tafel op):

$$\begin{array}{ll} 3 \cdot -8 & -2 \cdot 4 \\ -3 \cdot -6 & 5 \cdot -9 \\ -7 \cdot 1 & -5 \cdot -5 \\ 7 \cdot -7 & -9 \cdot 2 \\ -8 \cdot -9 & -5 \cdot 0 \end{array}$$

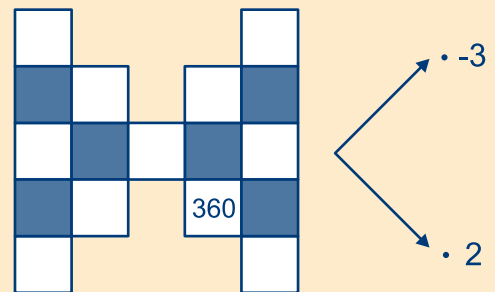


Als je twee positieve getallen vermenigvuldigt is de uitkomst positief.  
Als je een positief getal vermenigvuldigt met een negatief getal is de uitkomst negatief.  
Als je een negatief getal vermenigvuldigt met een positief getal is de uitkomst negatief.  
Als je twee negatieve getallen vermenigvuldigt is de uitkomst positief.

- 29 Bij de deling  $10 : 2 = 5$  hoort de vermenigvuldiging  $2 \cdot 5 = 10$ . Als je tien knikkers met z'n tweeën moet delen, krijgt iedereen er 5, want  $2 \cdot 5 = 10$ .  
Neem over en vul in.
- $$\begin{array}{l} -10 : 2 = \underline{\quad}, \text{ want } 2 \cdot \underline{\quad} = -10 \\ 10 : -2 = \underline{\quad}, \text{ want } \underline{\quad} \\ -10 : -2 = \underline{\quad}, \text{ want } \underline{\quad} \\ 21 : -7 = \underline{\quad}, \text{ want } \underline{\quad} \\ -72 : -9 = \underline{\quad}, \text{ want } \underline{\quad} \\ -48 : 12 = \underline{\quad}, \text{ want } \underline{\quad} \end{array}$$

- 28 Elke keer dat je in noord-oostelijke richting gaat in het onderstaande figuur vermenigvuldig je met  $-3$ . Elke keer dat je in zuid-oostelijke richting gaat vermenigvuldig je met 2.

- a Neem het figuur over en vul de lege vakjes in.



Als het goed is heb je in de middelste rij de getallen  $-30$ ,  $180$  en  $-1080$  gevonden.

Je ziet dat  $-1080$  ten oosten staat van  $180$  en  $-30$  ten westen van  $180$ .

- b Als je het figuur zou uitbreiden, welk getal zal dan ten oosten van  $-1080$  staan?  
c En welk getal ten westen van  $-30$ ?





Mocht je moeite hebben met het vermenigvuldigen van gehele getallen, ga dan naar de site van de Wageningse Methode en klik op applet 9.3 - Vermenigvuldigen van gehele getallen of kies voor applet 9.4 - Test jezelf. In deze applet krijg je allerlei opgaven met optellen, aftrekken en vermenigvuldigen door elkaar.



30 Schrijf zo eenvoudig mogelijk; de eerste is als voorbeeld al gemaakt:

$$\begin{array}{ll} -3 \cdot -a = 3a & 2 \cdot 6a \cdot a \\ -1 \cdot a & -a \cdot 6 \cdot -2 \\ -b \cdot -b & b \cdot 7 \cdot -b \\ -3 \cdot a \cdot -1 & -2 \cdot -2a \cdot -2 \end{array}$$

## Rekenen met haakjes

31 Hiernaast zie je een rechthoek. De lengte van de rechthoek is 3, de breedte is  $x + 2$ .

a Schrijf de oppervlakte van de rechthoek op twee manieren.

**manier 1:**

totale oppervlakte = oppervlakte donkere deel + oppervlakte witte deel

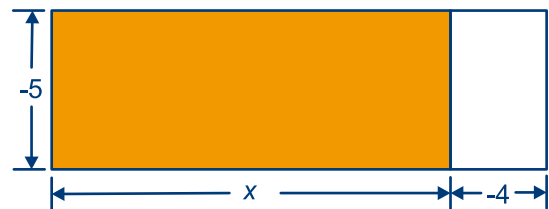
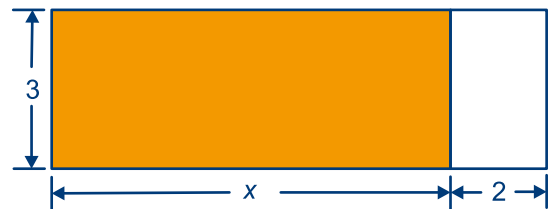
**manier 2:**

totale oppervlakte = lengte  $\cdot$  breedte

b Welke gelijkheid kun je nu opschrijven?

Als we  $-5(x - 4)$  zonder haakjes willen schrijven, kunnen we een zelfde plaatje als hierboven gebruiken. We weten dat  $-5(x - 4) = -5(x + -4)$ . De rechthoek heeft dus een 'lengte' van  $-5$  en een 'breedte' van  $x + -4$ .

c Welke gelijkheid kun je nu opschrijven?



De gelijkheden  $a(b + c) = ab + ac$  en  $a(b - c) = ab - ac$  zijn juist voor alle gehele getallen  $a$ ,  $b$  en  $c$ .

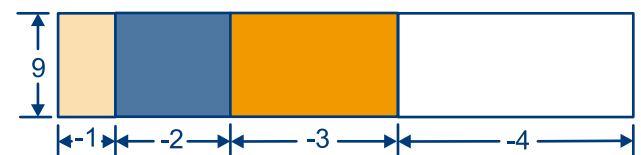
32 Bereken de volgende sommen. Schrijf ook een tussenstap op. De eerste som is als voorbeeld al gemaakt.

$$\begin{array}{l} -13 \cdot -25 + -13 \cdot -75 = -13 \cdot -100 = 1300 \\ -37 \cdot -58 + 37 \cdot -58 \\ 125 \cdot -23 + 75 \cdot -23 \\ -26 \cdot -18 + 126 \cdot -18 \\ 50 \cdot 32 + 50 \cdot -62 \end{array}$$



33 Bereken ( $x$  is een variabele):

$$\begin{array}{l} -1 \cdot 9 + -2 \cdot 9 + -3 \cdot 9 + -4 \cdot 9 = \_\_\_ \cdot 9 = \_\_\_ \\ -1 \cdot -7 + -2 \cdot -7 + -3 \cdot -7 + -4 \cdot -7 \\ -1 \cdot x + -2 \cdot x + -3 \cdot x + -4 \cdot x \end{array}$$



## 9.2 VERMENIGVULDIGEN EN DELEN



- 34 Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk. De eerste opgave is als voorbeeld al gemaakt ( $x$  en  $y$  zijn variabelen).

$$-3(x - 5) = -3x + 15$$

$$-6(-4 + x)$$

$$-5(-3 - y)$$

$$x(-1 - y)$$

$$x(7 + -7)$$

- 35 Waar of niet waar? Neem de foute gelijkheden over en verbeter ze.

$$x + -x = 0$$

$$x - -x = 0$$

$$x - 0 = -x$$

$$0 - x = -x$$

$$1 \cdot x = x$$

$$0 \cdot x = x$$

$$-1 \cdot x = -x$$

$$-1 \cdot -x = -x$$

### Kwadrateren van negatieve getallen

Je zou  $-3^2$  op twee manieren kunnen uitrekenen:

- $-3^2$  is het tegengestelde van  $3^2$ , dus  $-3^2 = -9$ .
- $-3^2$  is het kwadraat van  $-3$ , dus  $-3^2 = -3 \cdot -3 = 9$ .

Je ziet dat je twee verschillende antwoorden krijgt. We moeten dus een duidelijke afspraak maken over de volgorde van de bewerkingen kwadrateren en tegengestelde nemen. We spreken het volgende af.



Kwadrateren gaat voor tegengestelde nemen.

Bij  $-3^2$  moeten we dus eerst 3 kwadrateren en daarna het tegengestelde nemen en niet eerst het tegengestelde van 3 nemen en dat kwadrateren. Dus  $-3^2 = -9$ .

- 36 Maak de volgende berekeningen. Schrijf ook je tussenstappen op. De eerste is als voorbeeld al gemaakt.

$$-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$$

$$-3 - 3^2$$

$$(-3)^2$$

$$(-3 - 3)^2$$



- 37 Plaats haakjes links van het gelijkteken, zodanig dat de gelijkheid klopt.

$$6 - 2^2 = 16$$

$$-8 - 2^2 = 100$$

$$-5 + -1^2 = -4$$

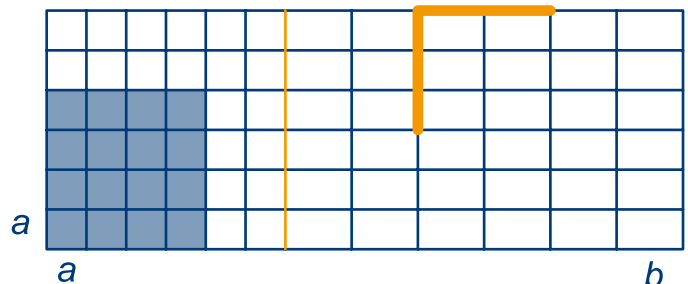
$$-1 - 4^2 = -25$$

$$-4^2 + 15^2 = 1$$

$$-2^2 + -3^2 = -1$$

### Rekenen met letters

In hoofdstuk 6 heb je lengte van routes en oppervlakte van gebieden in Roosterdam bekeken. Zo stelde  $3a + 2b$  de lengte van een route in Vakhorst voor en  $(4a)^2$  de oppervlakte van een vierkant in Roosterkwartier. De getallen  $a$  en  $b$  waren altijd positief. Dat gaat nu veranderen. We kunnen namelijk best  $3a + 2b$  uitrekenen in het geval dat  $a$  en/of  $b$  negatief zijn.



- 34 Neem de opgaven over en vul de lege plekken in.

$$\underline{\quad} (3x - \underline{\quad}) = 12x - 6$$

$$\underline{\quad} (4x + 6) = -8x - \underline{\quad}$$

$$-\frac{1}{2} (\underline{\quad}) = -x + 5$$

$$\underline{\quad} (\underline{\quad} - 6x) = -18 + 9x$$



- 38 a** Welk getal stelt  $3a + 2b$  voor als  $a = -2$  en  $b = -4$ ?  
Schrijf ook je berekening op.
- b** En als  $a = -\frac{1}{2}$  en  $b = 3\frac{1}{2}$ ?  
Schrijf weer je berekening op.
- c** Welk getal stelt  $(4a)^2$  voor als  $a = -2\frac{1}{2}$ ?

- 39** Je hebt geleerd dat voor alle positieve getallen geldt:  
 $2a + 3b + 4a + b = 6a + 4b$ .  
We gaan nu controleren of de gelijkheid ook klopt voor negatieve getallen.

- a** Welk getal stelt  $2a + 3b + 4a + b$  voor als  $a = -2$  en  $b = -4$ ?
- b** Welk getal stelt  $6a + 4b$  voor als  $a = -2$  en  $b = -4$ ?
- c** Klopt de gelijkheid als  $a = -2$  en  $b = -4$ ?

- 40** In hoofdstuk 6 heb je geleerd dat  $2a \cdot 3b = 6ab$ .
- a** Controleer de gelijkheid voor  $a = -2$  en  $b = 4$ .
- b** Controleer de gelijkheid ook voor  $a = -\frac{1}{2}$  en  $b = \frac{2}{3}$ .

- 41 a** Controleer de gelijkheid  $2b \cdot 4b = 8b^2$  voor  $b = 1$ .
- b** Controleer de gelijkheid ook voor  $b = -2$ .

- 42** Volgens de distributiewet geldt:  
 $3a(2a + 4b) = 6a^2 + 12ab$ .
- a** Controleer de gelijkheid voor  $a = -2$  en  $b = -4$ .
- b** Controleer de gelijkheid ook voor  $a = 0$  en  $b = -1$ .

$3\frac{1}{2}a \cdot -2b$  kun je eenvoudiger schrijven. Immers:  
 $3\frac{1}{2}a \cdot -2b = 3\frac{1}{2} \cdot -2 \cdot a \cdot b = -7ab$ .



- 43** Schrijf zo eenvoudig mogelijk.

$$\begin{array}{ll} 4a \cdot -6b & -7a \cdot -6b \\ -6b \cdot a & -8a \cdot -\frac{1}{2}b \end{array}$$

- 44** Ga van de volgende gelijkheden na of ze juist zijn.  
Geef een tegenvoorbeeld als de gelijkheid niet klopt.

$$\begin{array}{ll} 2a \cdot \frac{1}{2}b = ab & 2a \cdot \frac{1}{2}b = 2\frac{1}{2}ab \\ 2a \cdot 3a = 6a & 2a \cdot 3a = 6a^2 \\ 2a \cdot 2a = 2a^2 & 2a \cdot 2a = 4a^2 \end{array}$$

Met behulp van de distributiewet kun je  
 $-2a(3a - 4b)$  zonder haakjes schrijven.  
 $-2a(3a - 4b) = -2a(3a + -4b) = -2a \cdot 3a + -2a \cdot 4b = -6a^2 + 8ab$



- 45** Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$\begin{array}{ll} -2a(-3a + 6b) & -6(2a^2 - 3b^2) \\ 4a(a - 5b) & -4a(2 + 9b) \\ -a(-a - b) & -b(-2b + 3a) \end{array}$$



Wil je extra oefenen met het rekenen met letters? Ga dan naar de site van de Wageningse Methode en klik op applet 9.5 - Rekenen met letters 2.

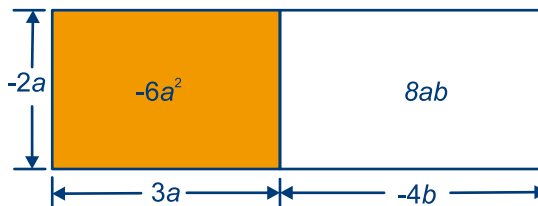
- 38** Neem de tabel over en vul hem verder in.

$a$	$b$	$\frac{1}{2}a$	$-4a$	$-3b$	$-4a - 3b$	$-3b + \frac{1}{2}a$
1	-3					
	2	$-1\frac{1}{2}$				
			-8	$-1\frac{1}{2}$		

- 39 a** Neem de tabel over en vul hem verder in.

$a$	$b$	$-2a$	$1\frac{1}{2}b$	$-2a \cdot 1\frac{1}{2}b$	$2b^2$	$-3ab$
-3	5					
$\frac{1}{2}$			$-1\frac{1}{2}$			
		-2		6		

- b** Welke kolommen zijn gelijk? Kun je dat verklaren?



## 9.3 BREUKEN

### Breuken op de getallenlijn

- 46 Hiernaast is het stuk van de getallenlijn tussen 0 en 1 afgebeeld. Op deze getallenlijn zijn ook  $\frac{1}{2}$  en  $\frac{1}{3}$  aangegeven.



Neem de getallenlijn over in je schrift en geef  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  en  $\frac{1}{6}$  aan.

- 47 Het stuk van de getallenlijn tussen 4 en 5 is in zeven gelijke stukken verdeeld. Neem de getallenlijn over en zet de juiste getallen bij de streepjes.

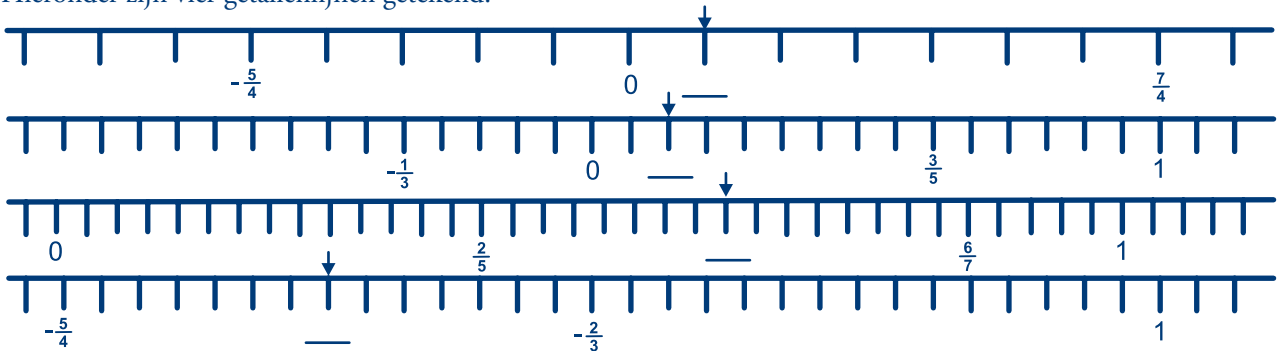


- 48 Hiernaast zie je een getallenlijn. We gaan een nieuw getal maken: het tegengestelde van  $2\frac{1}{2}$ .



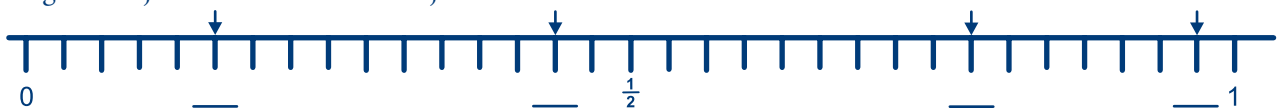
- a Hoe zou jij het tegengestelde van  $2\frac{1}{2}$  noteren?  
 b Neem de getallenlijn over en geef  $-2\frac{1}{2}$  aan op de getallenlijn.  
 c Geef ook  $-\frac{1}{2}$  en  $-1\frac{1}{2}$  aan.

- 49 Hieronder zijn vier getallenlijnen getekend.



Welke getallen moeten bij de pijltjes staan?

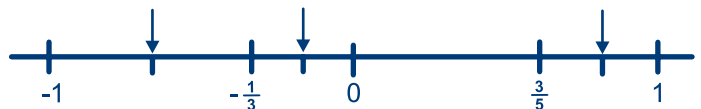
- 50 De getallenlijn hieronder is in 32 stukjes verdeeld.



Welke getallen moeten bij de pijltjes staan?

### Gemiddelde

- 51 Van drie stukken op de getallenlijn hiernaast is het midden aangegeven.



- a Welke getallen horen bij die middens?

Het getal op de getallenlijn midden tussen  $-\frac{1}{3}$  en  $\frac{3}{5}$  vind je door de breuken eerst gelijknamig te maken.

- b Neem over en vul in.

$-\frac{1}{3} = -\frac{\quad}{15}$  en  $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{15}$   
 Midden tussen  $-\frac{1}{3}$  en  $\frac{3}{5}$  ligt  $\frac{\quad}{15}$ .



Het **gemiddelde** van twee getallen ligt midden tussen die twee getallen. Je vindt het gemiddelde van twee breuken door de breuken eerst gelijknamig te maken.

52 Bereken het gemiddelde van  $-\frac{3}{8}$  en  $\frac{1}{3}$ .

### Rekenen met breuken

53 Op de getallenlijn is de plaats van  $0$ ,  $\frac{2}{3}$  en  $2$  aangegeven.

- a Neem de getallenlijn over en geef de plaats van  $2\frac{2}{3}$  ( $= 2 + \frac{2}{3}$ ) en van  $1\frac{1}{3}$  ( $= 2 - \frac{2}{3}$ ) aan.  
 b Hoeveel cm ligt  $2\frac{2}{3}$  rechts van  $2$ ? En  $1\frac{1}{3}$  links van  $2$ ?



54 Bereken:

$$\begin{array}{ll} -2\frac{1}{3} + -1\frac{2}{3} & 1\frac{1}{2} + -2\frac{1}{2} \\ -\frac{2}{5} + 2\frac{1}{5} & 59\frac{1}{7} + 60 \\ -2\frac{1}{4} + 5\frac{1}{4} & -6\frac{1}{6} + -3\frac{5}{6} \\ 5\frac{5}{8} + 94\frac{3}{8} & -5\frac{2}{13} + 5\frac{2}{13} \end{array}$$

55 Op de getallenlijn is, naast  $0$  en  $\frac{2}{3}$ , nog een getal  $x$  aangegeven.



- a Neem de getallenlijn over en geef ook de getallen  $x + \frac{2}{3}$  en  $x - \frac{2}{3}$  aan.  
 b Neem over en vul in.

$$\begin{array}{ll} \underline{\quad} + \frac{2}{3} = 5 & \underline{\quad} - \frac{2}{3} = 5 \\ \underline{\quad} + \frac{2}{3} = -8 & \underline{\quad} - \frac{2}{3} = -8 \\ \underline{\quad} + \frac{2}{3} = 0 & \underline{\quad} - \frac{2}{3} = 0 \end{array}$$



56 Bereken:

$$\begin{array}{lll} 8 \cdot -\frac{3}{8} & -7 \cdot -\frac{4}{7} & -11 \cdot \frac{7}{11} \\ -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} & \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} & -\frac{1}{2} \cdot -\frac{4}{9} \\ \frac{2}{7} \cdot 7 & -\frac{5}{9} \cdot 9 & -4\frac{3}{8} \cdot 0 \\ \frac{x}{7} \cdot 7 & -\frac{x}{9} \cdot 9 & x \cdot 0 \end{array}$$

57 Neem over en vul in.

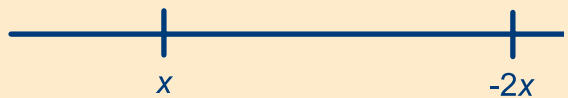
$$\begin{array}{ll} 3 : 8 = \underline{\quad} & , \text{ want } 8 \cdot \underline{\quad} = 3 \\ -3 : 8 = \underline{\quad} & , \text{ want } \underline{\quad} \\ 3 : -8 = \underline{\quad} & , \text{ want } \underline{\quad} \\ -3 : -8 = \underline{\quad} & , \text{ want } \underline{\quad} \end{array}$$

55 Op de getallenlijn is, behalve  $0$  en  $1\frac{1}{2}$ , nog een ander getal aangegeven, namelijk  $x$ .



- a Neem de getallenlijn over en geef de plaats van  $x + 1\frac{1}{2}$  en  $x - 1\frac{1}{2}$  aan op de getallenlijn.  
 Schrijf er  $x + 1\frac{1}{2}$  en  $x - 1\frac{1}{2}$  bij.

Op de getallenlijn zijn  $x$  en  $-2x$  aangegeven.



- b Welk getal ligt precies tussen  $x$  en  $-2x$ ?  
 c Neem de getallenlijn over en geef de getallen  $0$ ,  $-x$ ,  $2x$ ,  $\frac{1}{2}x$  en  $-1\frac{1}{2}x$  aan.



$$3 : 8 = \frac{3}{8} \quad \text{en} \quad -3 : -8 = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

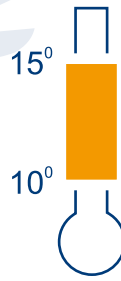
Conclusie:  $\frac{3}{8} = \frac{-3}{-8}$

$$3 : -8 = \frac{3}{-8} = -\frac{3}{8} \quad \text{en} \quad -3 : 8 = \frac{-3}{8} = -\frac{3}{8}$$

Conclusie:  $\frac{-3}{8} = \frac{3}{-8} = -\frac{3}{8}$

## 9.4 INTERVALLEN

- 58 Voor de export zijn Hollandse komkommers verpakt in dozen met daarop een thermometer zoals hiernaast.  
Wat zou die thermometer betekenen, denk je?



- 59 Vannacht schommelde de temperatuur tussen  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  en  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- a Neem onderstaande (horizontale) thermometer over en kleur het gebied van de temperaturen van vannacht.



We bekijken alle getallen die tussen  $-2$  en  $1$  liggen.

- b Hoeveel getallen liggen er eigenlijk tussen  $-2$  en  $1$ ?

Alle getallen tussen  $-2$  en  $1$  zijn oranje gekleurd. De open rondjes bij de eindpunten geven aan dat  $-2$  en  $1$  er niet bijhoren: die zijn immers niet oranje gekleurd.



In het plaatje hierboven wordt een **interval** weergegeven.  $-2$  en  $1$  heten de **eindpunten** van het interval (ook al horen ze er niet bij). Dit interval bestaat uit alle getallen die liggen tussen  $-2$  en  $1$ . Je kunt het interval ook beschrijven met **ongelijkheden**. Het zijn alle getallen  $x$  waarvoor geldt dat  $-2 < x$  (spreek uit:  $-2$  is kleiner dan  $x$ ) en  $x < 1$  (spreek uit:  $x$  is kleiner dan  $1$ ). In kortschrift:  $-2 < x < 1$ .



$-2 < x < 1$  betekent: alle getallen  $x$  die liggen tussen de  $-2$  en  $1$  of alle getallen die groter zijn dan  $-2$  en kleiner zijn dan  $1$ . Behalve de tekens  $<$  en  $>$  zijn er ook nog de tekens  $\leq$  en  $\geq$ .  $\leq$  spreek je uit als kleiner dan of gelijk aan en  $\geq$  spreek je uit als groter dan of gelijk aan.

- 60 Ga voor de volgende ongelijkheden na of ze juist zijn.

$$-2 > -2$$

$$-\frac{8}{4} \leq -2$$

$$-\frac{5}{3} \geq -2$$

$$\frac{1}{7} < -7$$

- 60 a Janneke en Rody gaan boodschappen doen. Rody maakt een schatting van het totaal bedrag. Hij zegt tegen Janneke dat het totaal bedrag  $b$  minder dan € 15,- is. Dus  $b < 15$ . Janneke zegt tegen Rody dat dat hetzelfde is als  $b \leq 14$ .

Ben je het met Janneke eens? Geef uitleg.

- b Na het doen van de boodschappen gaan Janneke en Rody DVD's huren. Je mag maximaal 7 DVD's huren, dus voor het aantal DVD's  $d$  geldt:  $d \leq 7$ . Rody zegt dat dat hetzelfde is als  $d < 8$ . Ben je het met Rody eens? Geef uitleg.





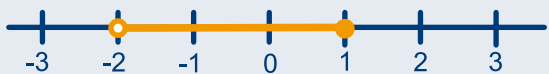
Er zijn vier intervallen waarvan -2 en 1 de eindpunten zijn. Hieronder staan ze alle vier. Eronder staat een beschrijving van het interval met ongelijkheden.



Dit zijn alle getallen  $x$  waarvoor geldt:  $-2 < x < 1$ .



Dit zijn alle getallen  $x$  waarvoor geldt:  $-2 \leq x < 1$ .



Dit zijn alle getallen  $x$  waarvoor geldt:  $-2 < x \leq 1$ .



Dit zijn alle getallen  $x$  waarvoor geldt:  $-2 \leq x \leq 1$ .

Vaak laten we alle woorden weg en schrijven we alleen de ongelijkheid op.



**61 a** Teken het passende interval bij elk van de ongelijkheden.

- $-1 < x \leq 3$
- $-2 \leq x \leq 2$
- $-1 \leq x < 3\frac{1}{2}$
- $-\frac{1}{3} < x < 4\frac{2}{3}$
- $-1\frac{1}{2} > x$

**b** In welke intervallen ligt het getal -1?



**62 a** Beschrijf de onderstaande intervallen met ongelijkheden. Gebruik de letter  $x$ .



**b** Noem twee getallen, waarvan één geheel, dat in drie van de vier intervallen voorkomt.

In interval is het Latijnse woord *inter* verwerkt en dat betekent *tussen*.

**61** Hieronder zie je een interval op de getallenlijn. Door bij alle getallen uit het interval  $\frac{2}{3}$  op te tellen krijg je een nieuw interval.



**a** Neem de getallenlijn over en kleur dat nieuwe interval rood. Denk om de eindpunten: open of dichte rondjes?

**b** Geef een omschrijving met ongelijkheden van het nieuwe interval. Gebruik  $x$  als variabele.

In plaats van bij alle getallen van het interval er  $\frac{2}{3}$  bij op te tellen, kunnen we ook van dit interval er  $\frac{2}{3}$  aftrekken. Zo ontstaat weer een nieuw interval.

**c** Neem de getallenlijn nog een keer over en teken dat interval blauw op de getallenlijn.

**d** Geef een omschrijving met ongelijkheden van dat interval. Gebruik  $x$  als variabele.

**62** Hieronder zie je een interval op de getallenlijn. Door alle getallen in dit interval met -2 te vermenigvuldigen ontstaat een nieuw interval.



**a** Neem de getallenlijn over en teken het nieuwe interval op de getallenlijn rood.

**b** Geef een omschrijving met ongelijkheden van het nieuwe interval.

**c** Wat gebeurt er met de lengte van een interval als je alle getallen uit dat interval met -2 vermenigvuldigt?



## 9.5 EINDPUNT

### Optellen en aftrekken van gehele getallen

In een bak zitten zowel warme als koude blokjes. De koude blokjes stellen de negatieve getallen voor en de warme blokjes de positieve getallen. Stel er zitten 3 koude blokjes meer in de bak dan warme, dan is de temperatuur in de bak  $-3$  graden.

Als we 5 warme blokjes toevoegen aan de bak, dan stijgt de temperatuur met 5 graden. De temperatuur wordt 2 graden. Hetzelfde resultaat bereik je door 5 koude blokjes weg te halen. Dus  $-3 + 5 = -3 - (-5) = 2$ .

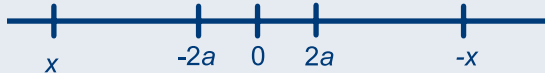
Als we in plaats van 5 warme blokjes toe te voegen, 5 warme blokjes uit de bak hadden gehaald, zou de temperatuur met 5 graden zijn gedaald. De temperatuur wordt  $-8$  graden. Hetzelfde resultaat bereik je door 5 koude blokjes toe te voegen. Dus  $-3 - 5 = -3 + (-5) = -8$ .

Samengevat:

- warme blokjes toevoegen komt op hetzelfde neer als koude blokjes weghalen;
- warme blokjes weghalen komt op hetzelfde neer als koude blokjes toevoegen.

### Tegengestelde

Op de getallenlijn zijn de getallen  $x$ ,  $-x$ ,  $2a$ ,  $-2a$  en  $0$  aangegeven.  $x$  en  $-x$ ,  $2a$  en  $-2a$  zijn elkaars tegengestelden.



Hier zijn  $x$  en  $-2a$  negatief,  $2a$  en  $-x$  zijn positief.

### Kwadrateren

Kwadrateren gaat voor tegengestelde nemen. Zo is  $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$  en  $(-5)^2 = -5 \cdot (-5) = 25$ .

### Intervallen

Bij de ongelijkheid  $-\frac{2}{3} \leq x < 1$  hoort het hiernaast afgebeelde interval.



Als je bij alle getallen uit het interval 1 optelt, krijg je een nieuw interval.



De bijbehorende ongelijkheid is  $\frac{1}{3} \leq x < 2$ .

### Rekenen met letters

Gelijksoortige termen kunnen bij elkaar worden opgeteld of van elkaar worden afgetrokken. Dus  $-8b - 5a + (-10b) = -18b - 5a$  en  $-10ab + 3ab = -7ab$ .

De uitdrukking  $3a \cdot (-8b)$  kan worden vereenvoudigd tot  $-24ab$ , immers  $3a \cdot (-8b) = 3 \cdot (-8) \cdot a \cdot b = -24 \cdot a \cdot b = -24ab$ .

### Vermenigvuldigen

Als je twee positieve getallen vermenigvuldigt is de uitkomst positief.

Als je een positief getal vermenigvuldigt met een negatief getal is de uitkomst negatief.

Als je een negatief getal vermenigvuldigt met een positief getal is de uitkomst negatief.

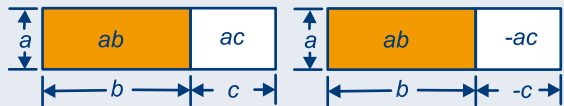
Als je twee negatieve getallen vermenigvuldigt is de uitkomst positief.

### De distributiewetten

De gelijkheden  $a(b + c) = ab + ac$  en

$$a(b - c) = ab - ac$$

gelden voor alle getallen  $a$ ,  $b$  en  $c$ .



### Voorbeeld

$$-2a(4a + 3b) = -2a \cdot 4a + (-2a) \cdot 3b = -8a^2 + (-6ab) = -8a^2 - 6ab$$

### Gemiddelde

Het gemiddelde van twee getallen ligt midden tussen die twee getallen. Als je het gemiddelde van twee breuken wilt berekenen, moet je de breuken eerst gelijknamig maken.

### Voorbeeld

$$-\frac{3}{4} = -\frac{18}{24} \quad \text{en} \quad -\frac{1}{3} = -\frac{8}{24}$$

Het gemiddelde van  $-\frac{3}{4}$  en  $-\frac{1}{3}$  is:  $-\frac{13}{24}$ .



### Rekenen met breuken

Optellen, aftrekken en vermenigvuldigen van breuken gaat op dezelfde manier als met gehele getallen.

### Voorbeelden

$$-\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = -\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = -1\frac{1}{3} \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6} = -\frac{21}{30} = -\frac{7}{10}$$

## 9.6 EXTRA OPGAVEN

- 1 We controleren de gelijkheid  $\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot x = 2x$  voor de vier getallen  $x$  in de tabel hiernaast.
- a Neem de tabel over en vul hem verder in.
- b Zijn de derde en de vierde kolom gelijk? Klopt de gelijkheid voor deze vier getallen?

$x$	$\frac{3}{5}x$	$\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot x$	$2x$
10			
-4			
-1			
$\frac{1}{5}$			

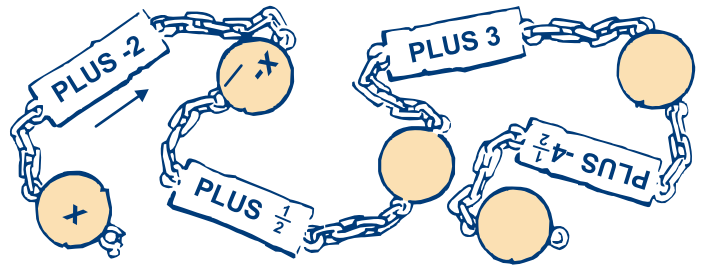
- 2 Schrijf zo eenvoudig mogelijk.
- $-2 \cdot -3 \cdot x$        $77 \cdot \frac{1}{77} \cdot x$
- $-\frac{2}{3} \cdot -3 \cdot x$        $77 \cdot \frac{5}{77} \cdot x$
- $-2 \cdot 4\frac{1}{4} \cdot x$        $6 \cdot \frac{7}{12} \cdot x$



- 3 Hiernaast zie je een ketting van machientjes. We beginnen met een getal  $x$ .
- a Vul in de open rondjes op je werkblad de juiste uitdrukkingen in. Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.

Deze ketting kun je vervangen door het machientje PLUS \_\_\_\_.

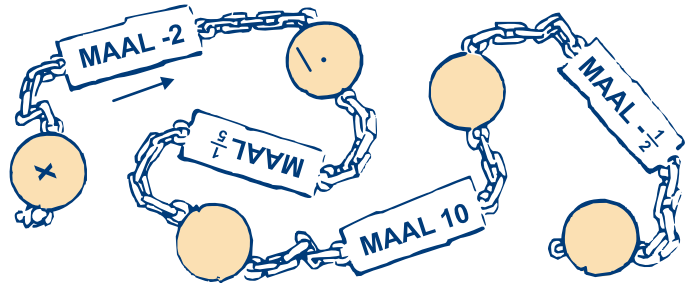
- b Wat moet er op de open plaats staan?



- 4 Hiernaast zie je weer een ketting van machientjes. We beginnen weer met een getal  $x$ .
- a Vul in de open rondjes op je werkblad de juiste uitdrukkingen in. Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.

Deze ketting kun je vervangen door het machientje MAAL \_\_\_\_.

- b Wat moet er op de open plaats staan?



- 5 Hiernaast staan twee kettingen van machientjes. Wat staat er in het laatste machientje?

$$\text{PLUS } 9\frac{1}{2} \rightarrow \text{PLUS } -3\frac{1}{3} \rightarrow \text{PLUS } -6 = \text{PLUS } \underline{\quad}$$

$$\text{MAAL } -\frac{1}{6} \rightarrow \text{MAAL } -3\frac{1}{2} \rightarrow \text{MAAL } -6 = \text{MAAL } \underline{\quad}$$

- 6 Op de getallenlijn zijn, behalve 0, nog twee getallen  $x$  en  $y$  aangegeven.
- a Teken de getallenlijn over en geef de getallen  $-x$ ,  $-y$ ,  $x - y$  en  $y - x$  aan op de getallenlijn.
- b Welk getal is het grootst,  $-x$  of  $x$ ?
- c Welk getal is het grootst,  $y - x$  of  $y$ ?



- 7 Bereken (schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk):
- $-\frac{2}{3} + -\frac{5}{3}$        $-\frac{2}{3} - -\frac{5}{3}$
- $1\frac{2}{7} + 2\frac{5}{7}$        $1\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$
- $4\frac{3}{5} - -4\frac{3}{5}$        $-\frac{4}{5} - -\frac{4}{5}$

## 9.6 EXTRA OPGAVEN

- 8 Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$-\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$-\frac{1}{2}(6x - \frac{2}{3})$$

$$5(-2x + 5)$$

$$-3(\frac{2}{3}x - 2)$$

- 9 Neem over en vul in.

$$-4(x - \underline{\quad}) = \underline{\quad} + 28$$

$$7(\underline{\quad} - 5) = 14x \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad}(3x - 4) = -12x \underline{\quad}$$

$$\frac{1}{2}(\underline{\quad}) = -4x - 3$$

- 10 Schrijf zo eenvoudig mogelijk.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + x$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot x$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x$$

- 11 a Neem de getallenlijn over en geef op de getallenlijn de getallen  $\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{2}{3}$ ,  $\frac{5}{6}$  en  $-\frac{1}{2}$  aan.



- b Neem de getallenlijn over en geef op de getallenlijn de getallen 0,  $1$ ,  $-\frac{1}{5}$ ,  $\frac{7}{10}$  en  $-\frac{1}{2}$ .



Op de getallenlijn hiernaast is 0 aangegeven en nog twee andere getallen  $a$  en  $b$ .

- c Neem de getallenlijn over en geef de plaats aan van  $-2a$ ,  $\frac{1}{2}b$  en  $a - b$ .



- d Vul het passende teken  $>$  of  $<$  in.

$$a - b \underline{\quad} 0 ; ab \underline{\quad} 0 ; a \underline{\quad} -b ; b \underline{\quad} -a$$

- 12 Hiernaast zie je vier intervallen getekend.

- a Beschrijf elk van de intervallen met behulp van ongelijkheden.



- b Teken van elk van de vier intervallen een plaatje.

$$-1\frac{1}{2} \leq x \leq 2$$

$$-1 \leq x < \frac{1}{2}$$

$$-1\frac{3}{4} < x$$

$$-\frac{3}{4} < x \leq 0$$



- 13 Hiernaast zie je een interval. We vermenigvuldigen alle getallen uit het interval met  $-\frac{1}{2}$ . Zo ontstaat een nieuw interval.

- a Neem de getallenlijn over en teken dat interval op de getallenlijn rood.



- b Beschrijf het nieuwe interval met ongelijkheden.

14 Neem de tabel over en vul hem verder in.

$a$	$b$	$5a$	$-3b$	$4b^2$	$-(2a)^2$	$5a - 3b$	$ab^2$
	2	-10					
	4						48
	6					12	
			12				16
0						9	

15 Bereken; schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.

$$6 \cdot -\frac{2}{3} \qquad \frac{1}{2} \cdot -\frac{2}{3} \qquad -9 \cdot -\frac{2}{3}$$

$$2\frac{2}{7} \cdot 7 \qquad 2\frac{2}{7} \cdot 2 \qquad 2\frac{2}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$$

16 Vul in.

$$\underline{\quad} \cdot 4 = -10 \qquad \underline{\quad} \cdot -77 = -10$$

$$\underline{\quad} \cdot 4 = 1 \qquad \underline{\quad} \cdot -77 = 1$$

$$\underline{\quad} \cdot 4 = -3 \qquad \underline{\quad} \cdot -77 = -3$$

17 Schrijf zo eenvoudig mogelijk.

$$2a \cdot -5b \qquad 2\frac{1}{3}a \cdot -6b$$

$$-b \cdot 12a \qquad -4a \cdot -1\frac{1}{2}b$$

$$-3a \cdot -8b \qquad -\frac{3}{8}a \cdot 16a$$

18 Schrijf zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$-4a(3a + 2b)$$

$$-3a(5a - 5b)$$

$$\frac{1}{2}a(-5a + 18b)$$

$$-b(-a - 2b)$$

$$-\frac{2}{7}a(-7a + 14b)$$

$$4a(-9b + 9b)$$

$$-1\frac{1}{2}b(-a - 2b)$$

19 Teken de puzzel na in je schrift. In elke hokje komt één cijfer te staan. Verticaal 1 is al voegedaan.

**Horizontaal**

1.  $-500 + 5 \cdot -4$
2.  $-18 - 5 \cdot 20$
4.  $-9^2 + 9$
5.  $10 \cdot 10^2 - 2 \cdot -10$
6.  $2 : 2\frac{1}{3} \cdot -21$
8.  $80 \cdot 101$
10.  $5 \cdot (-2)^2 : 2$
11.  $-25^2 - 23$
12.  $-32 + 8 : \frac{2}{39}$

**Verticaal**

1.  $2 \cdot 3 \cdot -3 \cdot 3 = -54$
2.  $-15^2 : \frac{3}{16}$
3.  $10 - 5 \cdot -14$
4.  $-5 \cdot 20 + 2 \cdot 14$
5.  $5 \cdot 10^2 - 5 \cdot 2^2$
6.  $(-9 - 9) \cdot 100 + 1$
7.  $-10(30^2 + (-3)^2) - 3^2$
9.  $14 - 80 \cdot -10$
10.  $\frac{1}{3}(7 - -7) \cdot 6 : 2$
11.  $6(-10 - 2) - -4$

1				2		3
-5						
4			4			
	5					
6						7
8		9			10	
				11		
12						

