

# 2. TELLEN



## 2.0 INTRO

- 1 Ga naar 'Harrie de kat' op de site van de Wageningse Methode.  
Denk jij dat Harrie helderziend is?  
Snap jij hoe het werkt? Schrijf dat dan op.  
In **extra opgaven** zullen we zien hoe de truc werkt.

### De tekst op de site begint zo.

*Harrie is een heel intelligente kat. Hij kan gedachten lezen!  
Denk je dat dat niet kan?*

*Kies een getal van 2 cijfers (bijv. 28).  
Tel de twee cijfers bij elkaar op ( $2+8=10$ ).  
Trek de uitkomst af van het getal ( $28-10=18$ ).  
Onthoud de uitkomst (18).  
Ga verder.*

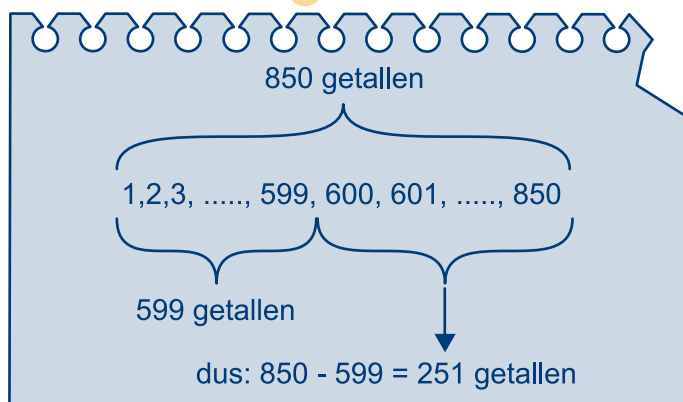
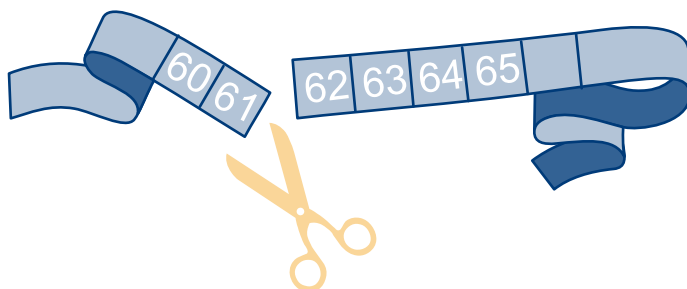


## 2.1 TELLEN EN FORMULES

### Hoeveel

- 2 Kevin is aan het werk met een meetlint dat 150 cm lang is. Per ongeluk knipt hij het lint door, precies op de grens tussen de getallen 61 en 62. Op het korte stuk staan dus de getallen 1 tot en met 61. Op het lange stuk staan de getallen 62 tot en met 150.
- Hoeveel getallen staan er op het lange stuk?
  - Op het korte stuk staan 61 getallen. Als je 61 optelt bij jouw antwoord op vraag a krijg je dan weer 150?
  - Kevin is een spannend boek aan het lezen. De eerste bladzijde die hij gisteren las, had nummer 233 en de laatste 333. Hoeveel bladzijden heeft Kevin gisteren gelezen?
  - Als je wilt weten hoeveel getallen er zijn van 111 tot en met 1000 moet je niet  $1000 - 111$  hebben. Welke fout maak je dan?

Van een rij opeenvolgende getallen is het eerste 600 en het laatste 850. Het aantal getallen in die rij is dan  $850 - 599 = 251$



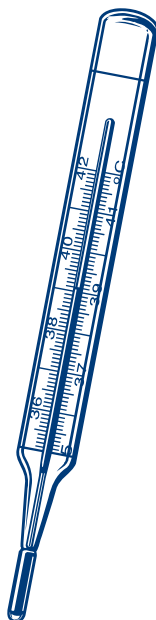
- 3 Mariska is ziek, ze kan niet naar school. Haar vriendin Els komt haar elke dag vertellen wat de klas als huiswerk heeft opgekregen. Voor wiskunde is dat vandaag opgave 53 tot en met 60. Volgens Mariska zijn dat 7 opgaven. Els is het daar niet mee eens.
- Wie geef jij gelijk? Waarom?

Nu ze ziek is, leest Mariska veel. Gisteren is ze in een nieuw boek begonnen. Ze heeft toen bladzijde 5 tot en met bladzijde 46 gelezen. Vandaag heeft ze verder gelezen tot en met bladzijde 60.

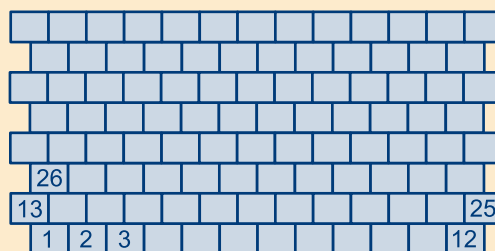
- Hoeveel bladzijden heeft ze gisteren gelezen?
- En hoeveel vandaag?

Je kunt nu op twee manieren het aantal bladzijden berekenen dat Mariska in dit boek gelezen heeft.

- Welke twee manieren zijn dat?
- Vind je ook twee keer hetzelfde antwoord?



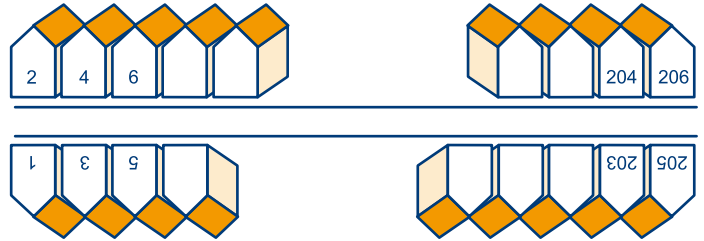
- 3 In een klein theater staan de stoelen afwisselend in rijen van 12 en 13 stoelen. Hoe ze genummerd zijn, zie je in het plaatje hieronder. In de eerste rij staan de stoelen met nummer 1 tot en met 12, in de tweede 13 tot en met 25, enzovoort.



- Welk nummer heeft de vijfde stoel van links in de elfde rij?
- In welke rij staat de stoel met nummer 81? De hoeveelste stoel van links is het?
- In welke rij staat de stoel met nummer 95? De hoeveelste stoel van links is het?
- Welke twee stoelen staan er achter de stoel met nummer 70?
- Op zekere dag zijn de stoelen met nummer 55 tot en met 75 en 83 tot en met 100 bezet. Hoeveel stoelen zijn dat?

## 2.1 TELLEN EN FORMULES

- 4 In de Langstraat hebben de huizen aan de ene kant een even huisnummer. Aan de andere kant staan de huizen met een oneven nummer. Het laagste nummer is 1 en het hoogste 206. Niet alle huizen van de Langstraat zijn getekend. Alle huisnummers van 1 tot en met 206 komen voor.
- a Hoeveel huizen zijn er in de Langstraat? Hoeveel daarvan staan er aan de even kant? En hoeveel staan er aan de oneven kant?



In de Langstraat zitten twee warme bakkers. Vooraan in de straat staat de winkel van bakker Van Drempt. Bakker Jansen zit verderop in de straat. In de huizen met de nummers 85 tot en met 206 wonen de klanten van Jansen. De bewoners van de andere huizen kopen hun brood bij Van Drempt.

- b In hoeveel huizen van de Langstraat wordt brood van bakker Jansen gegeten? En in hoeveel eten ze brood van Van Drempt?
- c Hoe kun je deze twee antwoorden controleren?
- 5 Meestal is het erg druk in de winkel van Jansen. Daarom trekt elke klant die daar binnenkomt uit een apparaat een volgnummer. De eerste klant op donderdag trok volgnummer 602 en de laatste 814. Hoeveel klanten zijn er donderdag in de winkel geweest? Schrijf ook je berekening op.

### Formules maken

- 6 Afzal is in 1993 geboren. Hij is benieuwd hoe oud hij in een bepaald jaar wordt. Daarbij kan hij een tabel maken zoals hiernaast. Veel werk is dat. Hij kan ook zo wel uitrekenen hoe oud hij wordt.
- a Hoe oud wordt hij in 2005? En in 2011? En in 2039? In welk jaar wordt hij 61?

jaar	1993	1994	1995	1996
leeftijd	0	1	2	3

Als je het jaar weet, kun je de leeftijd van Afzal uitrekenen. We zeggen: er is een verband tussen het jaar en de leeftijd van Afzal.

- b Welk getal moet je op de streep hiernaast invullen om de leeftijd te vinden als je het jaar weet?

leeftijd = jaar – \_\_\_\_\_

We korten de leeftijd af met  $l$  en het jaar met  $j$ . De regel wordt dan:  $l = j - 1993$ .

- c Stel een regel op waarmee je jouw geboortjaar kunt berekenen als je jouw leeftijd weet. Kort je leeftijd weer af met  $l$  en het jaar met  $j$ .

$l = j - 1993$  is een voorbeeld van wat we in de wiskunde **formules** noemen. Als je weet wat  $j$  is, kun je  $l$  berekenen en omgekeerd.



- 7 In de week voor Kerstmis deelt bakker Jansen uit de Langstraat bestellijsten uit. Daarop kunnen zijn klanten aangeven hoeveel brood en banket ze met Kerstmis willen hebben. Hij heeft die bestellijsten genummerd. Op het adres Langstraat 85 geeft hij de bestellijst met nummer 1 af. Op Langstraat 86 bezorgt hij de bestellijst met nummer 2, enzovoort.
- Wat is het nummer van de bestellijst die hij op Langstraat 90 bezorgt?
  - Wat is het huisnummer van de klant waar hij de bestellijst met nummer 8 afgeeft?
  - Zoek uit welke bestellijstnummers horen bij de huisnummers 95, 134 en 201.
  - Zoek uit welke huisnummers horen bij de bestellijstnummers 36, 91, 120.

Als je het nummer van de bestellijst weet, kun je het huisnummer uitrekenen. We korten het bestellijstnummer af met  $b$  en het huisnummer met  $h$ .

- Welke getallen moet je op de streep invullen om een juiste formule te krijgen?  
 $b = h - \underline{\quad}$ , en  $h = b + \underline{\quad}$ .
- 8 Fienke verkoopt loten voor een goed doel. Vandaag heeft zij de loten met de nummers 237 tot en met 380 verkocht.
- Hoeveel loten heeft zij vandaag verkocht?
  - Elk lot kost twintig cent. Welk bedrag heeft ze vandaag ontvangen?

Voordat ze op pad ging heeft Fienke op elk lot met potlood een nummer geschreven. Op lot 237 schreef ze een 1, op lot 238 een 2, enzovoort. Ze deed dat om het ontvangen bedrag gemakkelijk te kunnen controleren.

- Zoek uit welk potloodnummer ze schreef op het lot met nummer 298, 354 en 380.
- Zoek ook uit op welk lot ze nummer 20, 77 en 117 schreef.

Het potloodnummer kun je uit het lotnummer berekenen door er steeds hetzelfde getal vanaf te trekken.

- Welk getal?
- Maak een formule van het verband tussen  $l$  en  $p$ .

- 7 Dopey, de baas van de fietsenstalling plakt op elke fiets die bij hem gestald wordt een nummer. Als hij op een fiets het nummer 3289 plakt, plakt hij op de volgende fiets het nummer 3290. Voor elk nummer dat hij plakt ontvangt hij 1 euro. Op een maandag begint hij met nummer 3152. Dopey wil aan het eind van de dag weten hoeveel hij heeft verdiend. Hij gebruikt hiervoor een formule. Het nummer dat Dopey plakt noemt hij  $n$  en het aantal euro's dat hij ontvangen heeft  $e$ .
- Wat is de formule waarmee hij  $e$  kan berekenen als hij  $n$  weet? Geef ook een formule waarmee Dopey  $n$  kan berekenen als hij  $e$  weet.

De prijs voor het stallen van fietsen worden verhoogd tot 1,25 euro. Het aantal fietsen dat gestald wordt noemen we  $f$  en het bedrag (in euro) dat daar voor betaald moet worden noemen we  $b$ .

- Geef een formule om  $b$  te berekenen als je  $f$  weet.

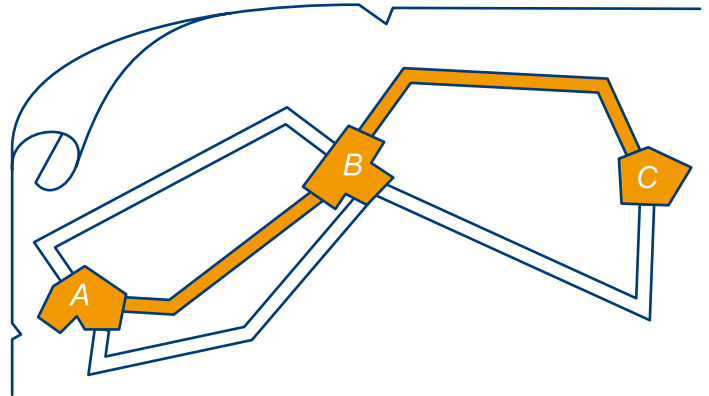


## 2.2 TELLEN EN WEGENDIAGRAMMEN

### Coderen



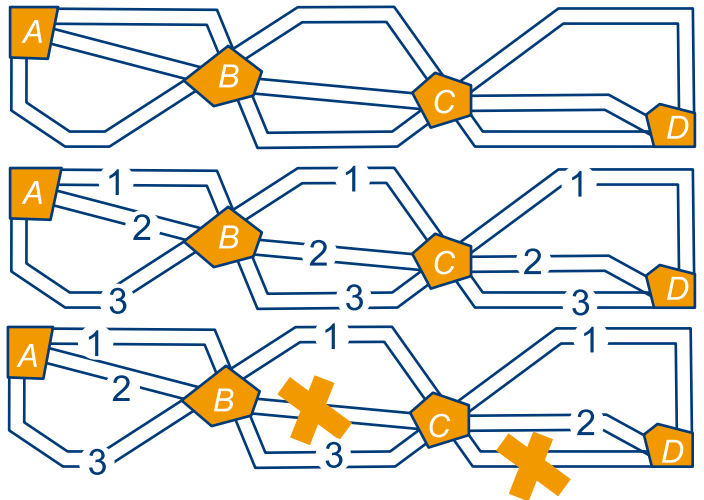
- 9 Hiernaast is een stukje van een wegenkaart getekend. Er lopen drie wegen van dorp *A* naar dorp *B* en twee wegen van dorp *B* naar dorp *C*. Je kunt dus langs verschillende wegen van dorp *A* via dorp *B* naar dorp *C* wandelen. Bijvoorbeeld: je gaat over de middelste weg van *A* naar *B* en dan ga je verder over de bovenste weg van *B* naar *C*. Die route is in het plaatje gekleurd.
- Hoeveel routes van *A* via *B* naar *C* zijn er volgens jou?
  - Kleur op het werkblad alle routes van *A* via *B* naar *C*, elke route op een apart kaartje. Werk systematisch. (Je hebt alle kaartjes nodig.) Hoeveel verschillende routes heb je gevonden?
  - Er zijn 3 wegen van *A* naar *B* en 2 van *B* naar *C*. Hoe kun je met deze getallen het aantal verschillende routes van *A* via *B* naar *C* berekenen?



- 10 Van *A* naar *B*, van *B* naar *C* en van *C* naar *D* kun je telkens uit drie wegen kiezen.
- Hoeveel mogelijke wandelingen zijn er van *A* naar *D* (via *B* en *C*)?

We nummeren de wegen, zie hiernaast. Elke wandeling van *A* naar *D* kunnen we met een code aangeven. Als je de wandeling met code 121 kiest, loop je eerst weg 1 van *A* naar *B*, daarna weg 2 van *B* naar *C* en dan weer weg 1 van *C* naar *D*.

- Op zekere dag is weg 2 van *B* naar *C* en weg 3 van *C* naar *D* afgesloten. Hoeveel wandelingen van *A* naar *D* kun je dan nog maken?
- Je maakt met de cijfers 1, 2 of 3 alle mogelijke getallen van drie verschillende cijfers. Hoeveel van die getallen kun je maken?



- 11 De Nederlandse vlag bestaat uit drie banen: de bovenste rood, de middelste wit en de onderste blauw. Die drie banen zou je ook in een andere volgorde aan elkaar kunnen zetten. Dan krijg je bijvoorbeeld een wit-blauw-rode vlag.
- Maak zoveel mogelijk verschillende vlaggen. Kleur één baan rood, één wit en één blauw.
  - Het is geen toeval dat er net zoveel mogelijkheden zijn als wandelingen in opgave 10c. Geef een verklaring.



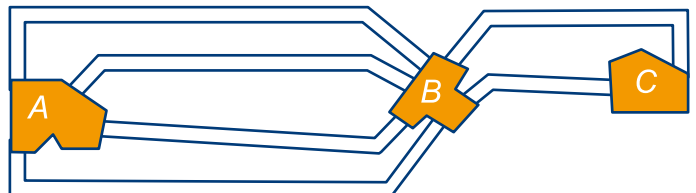
Nederland



Rusland

### Wandelingen

- 12 Hiernaast is weer een stukje van een landkaart getekend. Zoals je ziet gaan er nu vier wegen van *A* naar *B* en twee wegen van *B* naar *C*.
- Hoeveel verschillende wandelingen van *A* via *B* naar *C* zijn er? Schrijf op hoe je dat berekend hebt.



- b Als er 8 wegen van  $A$  naar  $B$  zijn en 5 wegen van  $B$  naar  $C$ , hoeveel wandelingen zijn er dan van  $A$  naar  $C$ ? En als er 15 wegen van  $A$  naar  $B$  zijn en 20 wegen van  $B$  naar  $C$ ?

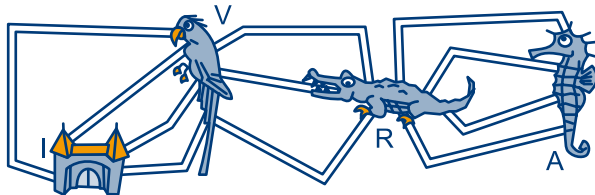
Zeg hoe je het aantal wandelingen van  $A$  naar  $C$  kunt berekenen als je het aantal wegen van  $A$  naar  $B$  en van  $B$  naar  $C$  weet.



Het aantal wegen van  $A$  naar  $B$  noemen we  $p$ , het aantal wegen van  $B$  naar  $C$  noemen we  $q$ .

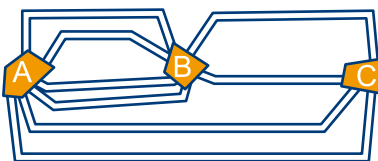
Het aantal wandelingen van  $A$  via  $B$  naar  $C$  is dan  $p \times q$ .

- 13 In een dierentuin lopen vier paden van de ingang naar het vogelhuis. Van het vogelhuis zijn er drie paden naar het reptielenhuis. In dat huis wonen de hagedissen, de slangen en de krokodillen. Van het reptielenhuis zijn er vier paden naar het aquarium.



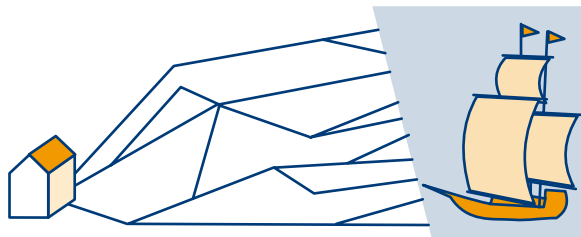
- a Hoeveel routes zijn er dus van de ingang naar het aquarium via het vogelhuis en het reptielenhuis?  
b Ietje loopt van de ingang via het vogelhuis naar het reptielenhuis. Dan loopt ze weer terug naar de ingang, maar via paden die ze nog niet gehad heeft. Hoeveel routes zijn er voor Ietje mogelijk?

14



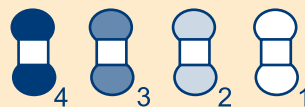
Hoeveel wandelingen zijn er van  $A$  naar  $C$ ? Je kunt via  $B$  of rechtstreeks van  $A$  naar  $C$ .

15



Hoeveel verschillende wandelingen kun je maken van het huisje naar het water? Altijd vóóruit gaan!

- 13 Leon gaat een sjaal breien. Hij heeft vier bolletjes wol op de markt gekocht, allemaal verschillend van kleur. De kleuren die hij gekozen heeft, zie je hieronder.



Hij is van plan een sjaal te breien met vier banen. Om het niet te saai te laten worden, maakt hij de banen steeds smaller (50 cm, 40 cm, 20 cm en 20 cm). Hij wil verschillende banen best wel in dezelfde kleur breien, maar niet als die naast elkaar liggen. Om na te gaan hoeveel mogelijke sjaals er gebreed kunnen worden, heeft hij het wegendiagram hieronder getekend.



- a Geef de code bij de Fc Den Bosch-sjaal.



Het totale aantal mogelijkheden voor Leon is niet  $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ .

- b Waarom niet? Hoeveel mogelijkheden heeft Leon dan wel?

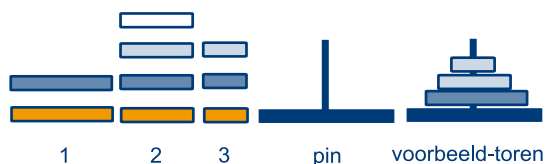
- 14 Anneke heeft vier blokjes, alle vier verschillend van kleur. Ze stapelt de blokjes tot een torentje van vier hoog.

- a Hoeveel torentjes zijn er mogelijk met bovenaan een wit blokje?  
b Hoeveel verschillende torentjes kan ze bouwen?



## 2.2 TELLEN EN WEGENDIAGRAMMEN

- 16 Joris bouwt torens van drie hoog door ringen op een pin te steken. De ringen die hij heeft zie je hieronder. Onderaan komt een ring van stapel 1, in het midden een ring van stapel 2 en bovenaan een ring van stapel 3. Jeroen vraagt zich af hoeveel verschillende torens je kunt maken.



Hij tekent daarvoor het wegendiagram hieronder.



Bij elke toren hoort een wandeling en omgekeerd. Bij de toren in het voorbeeld hoort de wandeling via de pijlen hieronder.



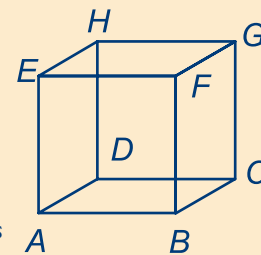
- a Teken de toren bij de wandeling hieronder.



- b Volgens Jeroen kan Joris 24 torens bouwen. Verklaar dat aantal.

- 17 Met de ringen hiernaast worden torens van drie hoog gebouwd.
- a Teken een wegendiagram waarmee je het aantal mogelijke torens kunt berekenen.
- b Hoeveel verschillende torens van drie hoog kun je maken?
- 18 Silvia heeft drie verschillende truien. Ook heeft ze vier verschillende broeken.
- a Teken een wegendiagram waarmee je het aantal mogelijkheden kunt berekenen waarop Silvia zich daarmee kan kleden.
- b Op hoeveel verschillende manieren Silvia zich kleden?

- 15 Hiernaast zie je een draadmodel van een kubus. De hoekpunten van de kubus hebben de namen  $A$ ,  $B$ , enzovoort. We willen graag weten hoeveel kortste routes er van  $A$  naar  $G$  zijn over de ribben van de kubus. Zo'n kortste route is bijvoorbeeld:  $A-B-C-G$ .



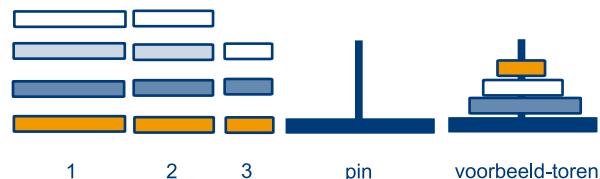
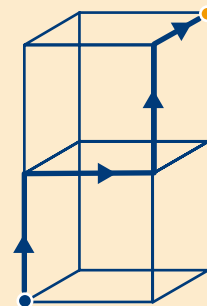
- a Hoeveel kortste routes zijn er van  $A$  naar  $G$ ? Licht je antwoord toe.

De route  $A-B-C-G$  kunnen we coderen met:  $rab$ . Dit betekent: ga eerst naar rechts ( $r$ ), ga dan naar achter ( $a$ ) en ga tenslotte naar boven ( $b$ ).

- b Beantwoord nu nog eens de eerste vraag met behulp van gecodeerde routes.

Hiernaast heb je een draadmodel van twee op elkaar gestapelde kubussen.

- c Bepaal het aantal kortste routes van het blauwe naar het gele hoekpunt. (Er is een kortste route vet aangegeven.)



## 2.3 WEDSTRIJDEN TELLEN

### Hele competitie in een rooster

- 19 In het diagram kun je de uitslagen van alle voetbalwedstrijden in de Eredivisie voor het seizoen 2003-2004 invullen. Het diagram stond in de Volkskrant toen er 63 wedstrijden gespeeld waren. Je ziet bijvoorbeeld dat de uitslag van de wedstrijd Ajax-Willem II 6-0 was. (Dus Ajax heeft 'thuis' met 6-0 van Willem II gewonnen.) Op 7 december eindigde de wedstrijd Vitesse-FC Zwolle in 5-2.
- Staat die uitslag in de onderste rij of in de achterste kolom? Waarom?
  - Op het eind van het seizoen zijn alle wedstrijden gespeeld en zijn alle hokjes gevuld met een uitslag. Waarom zijn de hokjes op de diagonaal blauw?
  - Hoeveel clubs zijn er in de Eredivisie?
  - Hoeveel wedstrijden moet elke club dit seizoen spelen? Hoe heb je dit aantal berekend?
  - Hoeveel wedstrijden zijn er aan het eind van de competitie in totaal gespeeld?
  - Jeroen zegt: 'Elke club speelt 34 wedstrijden, er zijn 18 clubs, je zou dus zeggen dat er in totaal  $18 \times 34 = 612$  wedstrijden gespeeld worden. Maar in e heb ik de helft van dat aantal gevonden. Wat doe ik nu fout?' Kun jij hem helpen?

	ADO DEN HAAG	AJAX	AZ	FEYENOORD	GRONINGEN	HEERENVEEN	NAC	NEC	PSV	RBC	RKC	RODA JC	FC TWENTE	FC UTRECHT	VITESSE	VOLENDAM	WILLEM II	FC ZWOLLE
ADO DEN HAAG									0-4	2-1				1-1				
AJAX											4-1						6-0	1-0
AZ				2-2	3-1	2-0							3-0					
FEYENOORD							2-1	2-1	1-3	2-0								
GRONINGEN	2-0	1-3					1-0								1-1			
HEERENVEEN				1-0	1-0						1-0		3-0					
NAC		4-2												1-2	2-0		1-1	
NEC	1-2											1-3	2-1					
PSV			0-1											2-1				6-1
RBC		0-1													1-1	1-1		
RKC		1-0					2-0									3-0		
RODA JC				0-0					2-2	0-2								
FC TWENTE									0-2	3-1	2-1							
FC UTRECHT								0-1								1-3		1-0
VITESSE	1-2	1-2										1-1	3-5					
VOLENDAM					3-0	0-1	2-3											2-2
WILLEM II			1-0			2-0						0-2						2-1
FC ZWOLLE				0-3							0-3	0-0						

- 20 Dinsdag 20 maart 2007 hebben 6 profclubs hun handtekening gezet onder een overeenkomst met de KNVB voor een te vormen eredivisie vrouwen. De clubs zijn: ADO Den Haag, AZ Alkmaar, SC Heerenveen, FC Twente, FC Utrecht en Willem II. Veronderstel dat ze een competitie gaan spelen. Jou wordt gevraagd net zo 'n te schema maken voor deze competitie als in de Volkskrant.
- Hoeveel bij hoeveel hokjes moet je het rooster dan maken? Hoeveel van de hokjes in het rooster moet je zwart maken?
  - Hoeveel wedstrijden zijn er aan het eind van dat seizoen in de eredivisie vrouwen gespeeld? Hoe heb je dat aantal berekend?
  - Hoeveel wedstrijden moet elke club spelen?
- 21 In het seizoen 2004-2005 speelden in de eerste divisie 19 clubs.
- Hoeveel wedstrijden zijn er aan het eind van dat seizoen in de eerste divisie gespeeld? Hoe heb je dat aantal berekend?
  - Hoeveel wedstrijden moest elke club in de eerste divisie dat seizoen spelen?

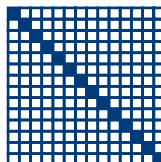
- 20 De kop van de eindrangschikking van de hoogste voetbaldivisie in Frankrijk van het seizoen 2006/2007 staat hieronder.

Club	aantal wedstrijden	aantal punten
1 Lyon	38	68
2 Monaco	38	67
3 Marseille	38	65

Elke club heeft op het einde van de competitie dus 38 wedstrijden gespeeld.

- Uit hoeveel clubs bestond de hoogste divisie in Frankrijk? Schrijf je berekening op.
- Hoeveel wedstrijden werden er in totaal in de Franse competitie gespeeld in het seizoen 2006/2007?

Het aantal wedstrijden in een competitie met 14 clubs is even groot als het aantal witte hokjes in het rooster hiernaast. Dat aantal is  $14 \times 14 - 14 = 182$  wedstrijden (of  $14 \times 13$ ).



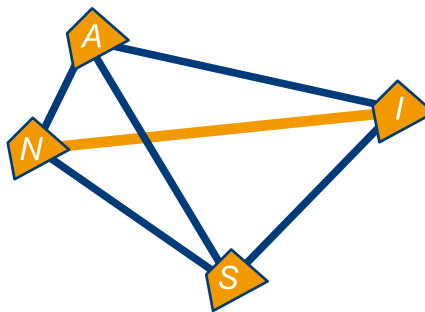
## 2.3 WEDSTRIJDEN TELLEN

### Halve competitie en verbindingslijntjes

- 22 Tijdens het wereldkampioenschap voetbal 2006 in Duitsland speelde Nederland (N) in groep C, samen Servië-Montenegro (S), Argentinië (A) en Ivoorkust (I). Deze vier landen speelden een halve competitie, dus elk land speelde maar één keer tegen elk ander land.
- a Schrijf alle wedstrijden uit groep C op.

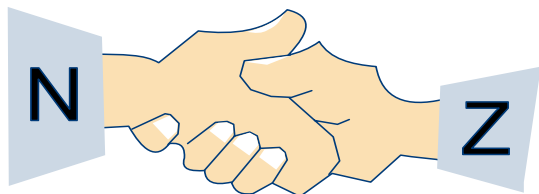
Hiernaast staan vier punten N, S, A en I. Alle verbindingslijntjes tussen die punten zijn getekend, het zijn er zes. Er zijn evenveel verbindingslijntjes tussen de punten N, S, A en I als wedstrijden in groep C. Want: bij elke wedstrijd hoort een verbindingslijntje en bij elk verbindingslijntje een wedstrijd. Zo hoort bij het gekleurde verbindingslijntje de wedstrijd Nederland tegen Ivoorkust.

- b Uit hoeveel wedstrijden bestaat een halve competitie van tien clubs? Schrijf je berekening op.
- c Hoeveel verbindingslijntjes kun je tussen zes punten tekenen? Schrijf je berekening op.

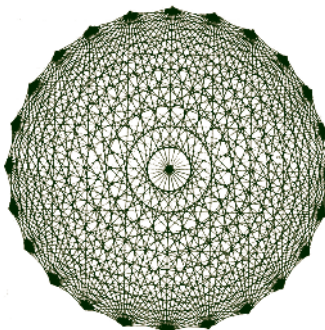


Je hebt evenveel wedstrijden in een halve competitie van 14 clubs als verbindingslijntjes tussen 14 punten. Dat aantal is:  $\frac{1}{2} \times 14 \times 13 = 91$

- 23 Vier kaartspelers, de heren Noord, Oost, Zuid en West gaan een partijtje bridge spelen. De heren zijn uiterst beleefd en voor aanvang van de wedstrijd geeft elk van hen de overige spelers een hand. Hoeveel keer wordt er bij deze gelegenheid handen geschud? Geef je berekening.



- 24 De mooie tekening hiernaast krijg je als je vierentwintig punten met lijntjes verbindt. Bereken hoeveel lijntjes getekend zijn.



- 23 a Hoeveel verbindingslijntjes kun je tussen zeven punten tekenen?

Als je alle verbindingslijntjes tussen zeven punten gaat tekenen kun je dat als volgt doen. Begin bij een punt. Vanuit dat punt kun je zes verbindingslijntjes tekenen. Dan neem je een ander punt. Vanuit dat punt kun je nog maar vijf verbindingslijntjes tekenen. Enzovoort.

- b Hoe kun je dus  $6+5+4+3+2+1$  snel berekenen?
- c Hoeveel krijg je als je alle getallen van 1 tot en met 1000 bij elkaar telt?



## 2.4 VEELVOUDEN EN DELERS

### Veelvouden

Bekijk de rij getallen: 0, 3, 6, 9, 12, 15, ...

Het volgende getal in de rij vind je door 3 bij het vorige op te tellen.

De getallen in deze rij noemen we **veelvouden** van 3.

Ofwel: het zijn de getallen die **deelbaar** zijn door 3.

Let op: 0 is ook een veelvoud van 3.

Voorbeeld

27 is deelbaar door 3, want  $27:3$  is een geheel getal.

28 is niet deelbaar door 3, want  $28:3$  is geen geheel getal.

- 25 a Hoe noem je de tweevouden meestal?  
b Hoeveel veelvoud van 3 zijn er die kleiner zijn dan 100? Volgens Paul zijn het er 33, volgens Ines 34. Ines heeft gelijk. Welke fout maakt Paul?

We bekijken alle viervouden van 300 tot en met 400. Het eerste viervoud is 300, het tweede 304.

- c Wat is het vijfde viervoud? En het tiende?  
d Het hoeveelste is 400?  
e Hoeveel viervouden zijn er tussen 300 en 400, de getallen 300 en 400 daarbij inbegrepen?

We bekijken de rij 300, 303, 306, ..., 498, de rij van alle drievouden zijn er tussen 299 en 499.

- f Hoeveel getallen staan er in die rij? Schrijf je berekening op.

- 26 a Is 657821 een veelvoud van 2? En 1234578?  
b Hoe herken je veelvoud van 2?  
c Is 657821 een veelvoud van 5? En 1234575?  
d Hoe herken je veelvoud van 5?

In de paragraaf **extra opgaven** zie je hoe je veelvoud van 3, 4, 8 en 9 kunt herkennen.

- 27 a Schrijf alle getallen onder 100 op die zowel veelvoud van 2 als van 5 zijn.  
b Je hebt nu alle veelvoud van een getal onder 100 opgeschreven. Van welk getal?  
c Anneke schrijft alle getallen onder 1000 op die veelvoud van 4 en tegelijkertijd ook veelvoud van 3 zijn. Ze krijgt alle veelvoud onder 1000 van een zeker getal. Van welk getal?  
d Getallen die zowel veelvoud van 5 als van 7 zijn, zijn veelvoud van een zeker getal. Van welk getal?

dus:

$300 = 300 + 0 \times 4$	} links en rechts staan evenveel regels	0
$304 = 300 + 1 \times 4$		1
$308 = 300 + 2 \times 4$		2
...		...
...		...
$400 = 300 + 25 \times 4$		25


- 27 a Bepaal  
KGV(10,20)  
KGV(15,20)  
KGV(15,16)  
Wat KGV betekent, kun je links onderaan de bladzijde lezen.  
b Zoals je ziet kan het KGV van twee getallen een van die getallen zelf zijn. Geef hiervan drie voorbeelden.  
c Het KGV van twee getallen kan ook het product van die twee getallen zijn. Geef hiervan ook drie voorbeelden.

Je hebt gezien dat de gemeenschappelijke veelvoud van 2 en 5 de veelvoud van 10 zijn. Dus het **kleinste gemeenschappelijke veelvoud** van 2 en 5 is 10. We schrijven dat zo op:  $\text{KGV}(2,5) = 10$ .

## 2.4 VEELVOUDEN EN DELERS

- 28 Bepaal:  
KGV(6,12),  
KGV(10,15),  
KGV(32,25).

### Delers

 4 is een **deler** van 12, want  $12:4$  is een geheel getal;  
5 is geen deler van 12, want  $12:5$  is geen geheel getal.


- 29 a Schrijf alle delers van 12 op.  
(Er zijn er zes.)  
b Schrijf de delers van 30 op.  
c Schrijf de getallen op die zowel deler van 12 als van 30 zijn.  
d In vraag c krijg je de delers van een zeker getal. Welk?

 De **grootste gemeenschappelijke deler** van 12 en 30 is 6, want 6 is het grootste getal dat zowel deler van 12 als van 30 is.  
We schrijven dat zo op:  $GGD(12,30) = 6$ .

- 30 a Wat is  $GGD(24,42)$ ? Schrijf zo nodig de delers van 24 en van 42 op.  
b Wat is  $GGD(36,72)$ ?  
c Wat is  $GGD(25,32)$ ?

In de paragraaf **extra opgaven** zul je zien hoe je handig de ggd van twee grote getallen kunt bepalen.

### Priemgetallen

- 31 Schrijf drie getallen op die elk precies twee delers hebben.
-  32 Op het werkblad staat een honderdveld. Hierbij is het getal 1 doorgestreept.  
a Voer op dat honderdveld het blokschema hiernaast uit.  
b In het begin was 1 al doorgestreept. Wat zou er gebeurd zijn als 1 niet was doorgestreept?

De omcirkelde getallen van het honderdveld zijn alle getallen onder 100 die precies twee delers hebben.

- 30 In opgave 27 heb je voorbeelden gezocht van twee getallen waarbij het KGV het product van die twee was.  
Wanneer is (in het algemeen) het KGV van twee getallen het product van die twee?





Getallen die precies twee delers hebben, noemen we **priemgetallen**.

2, 3, 31 zijn priemgetallen,

1, 4, 100 zijn geen priemgetallen.

**33 a** Is 123 een priemgetal? Zo ja, waarom? Zo nee, waarom niet?

**b** Wat is kleinste priemgetal groter dan 100?



Als je meer over priemgetallen wil weten, ga dan naar de internetpagina van de Wageningse Methode.



In opgave **32** heb je als het ware de priemgetallen uit het honderdveld gezeefd. *Erathostenes* was de uitvinder van deze zeeftechniek (de zeef van Erathostenes genaamd). Erathostenes hield zich naast de wiskunde ook bezig met astronomie. Hij berekende bijvoorbeeld de omtrek van de aarde en de afstand van de zon tot de aarde.



Je kunt hier meer over lezen op de site van de Wageningse Methode.

## 2.5 EINDPUNT

### tellen

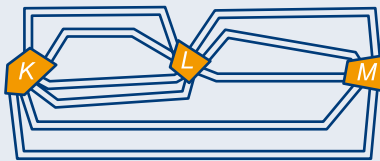
We bekijken alle gehele getallen tot en met 22 te beginnen bij 5, dus 5, 6, 7, ..., 21, 22.  
Het aantal getallen in dit rijtje is  $22 - 4 = 18$ .

### formules

huisnummer	17	18	19
klantnummer	1	2	3

Er is een verband tussen huisnummer en klantnummer:  
 huisnummer = klantnummer + 16  
 klantnummer = huisnummer - 16  
 Als je huisnummer afkort met  $h$  en klantnummer met  $k$ , dan kun je het verband met de volgende **formule** schrijven:  
 $h = k + 16$  of  $k = h - 16$ .

### wegendiagrammen



Er zijn  $4 \times 3 = 12$  wandelingen van  $K$  naar  $M$  via  $L$  en 2 niet via  $L$ , in totaal:  $4 \times 3 + 2 = 14$ .

Tellen gaat eenvoudiger als je een verband kunt leggen met wandelingen in een wegendiagram.



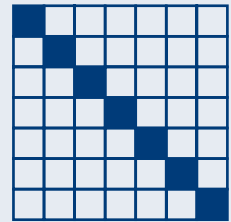
Je mag in elk van de vier hokjes één van de cijfers 1, 2 of 3 zetten. Je hebt evenveel mogelijkheden als routes van  $A$  via  $B$ ,  $C$  en  $D$  naar  $E$ .

Er zijn dus  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  mogelijkheden.

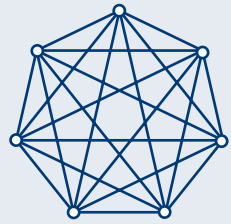
Als je in naast elkaar liggende hokjes niet hetzelfde cijfer mag zetten, beperk je het aantal mogelijke wandelingen. Dan zijn er nog maar  $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$  mogelijkheden.

### wedstrijden tellen

Het aantal witte hokjes in het vierkant hierboven is precies het aantal wedstrijden in een hele competitie van zeven clubs. Er worden  $7 \times 7 - 7$  (je kunt ook zeggen  $7 \times 6$ ), dus 42 wedstrijden in die competitie gespeeld.



Je hebt evenveel wedstrijden in een halve competitie van zeven clubs als verbindingslijntjes tussen zeven punten. Dat aantal is  $\frac{1}{2} \times 7 \times 6 = 21$ .



### veelvouden en delers

De **veelvouden** van 4 zijn:  
0, 4, 8, 12, 16, ...

De getallen die veelvoud van 4 zijn, noemen we **deelbaar** door 4.

4 is een **deler** van 20, want  $20:4$  is een geheel getal, 4 is géén deler van 13, want  $13:4$  is geen geheel getal.

De **delers** van 100 zijn:  
1, 2, 5, 10, 20, 25, 50 en 100.

$\text{KGV}(12,16)$  is het **kleinste gemeenschappelijke veelvoud** van 12 en 16.

$$\text{KGV}(12,16) = 48$$

$\text{GGD}(12,16)$  is de **grootste gemeenschappelijke deler** van 12 en 16.

$$\text{GGD}(12,16) = 4$$

### priemgetallen

**Priemgetallen** zijn getallen die precies twee delers hebben.

Zo zijn 2, 23 en 41 voorbeelden van priemgetallen. Maar 1, 12 en 123 zijn geen priemgetallen.

## 2.6 EXTRA OPGAVEN

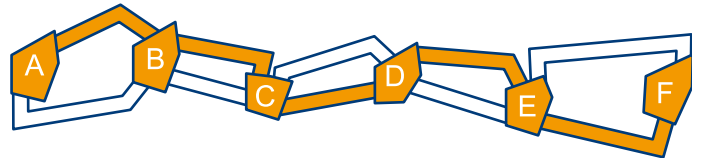
- 1 Marcel leent bij zijn vriend twee boeken. Hij kan kiezen uit Kuifje, Bartje, Dik Trom en Pim Pandoer.
- Schrijf alle mogelijkheden voor Marcel op. Doe dat volgens een bepaald systeem. (Gebruik de afkortingen K, B, D en P.)
  - Hoeveel mogelijkheden heb je gevonden?
  - De mogelijkheden voor Marcel komen overeen met de verbindingslijntjes tussen een aantal punten. Hoeveel punten?



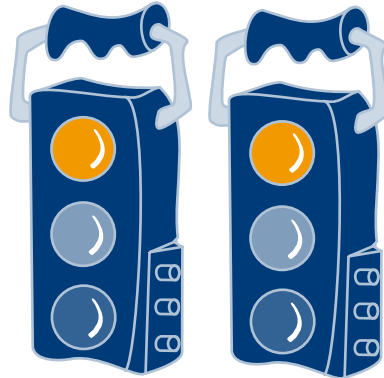
- 2 Willem wil van A naar F in het diagram hiernaast.
- Hoeveel verschillende routes kan hij nemen?

De route die hij neemt, laat hij aan het toeval over. Hij gooit vijf keer met een dobbelsteen. Bij een even worp gaat hij bovenlangs, anders onderlangs. De gekleurde route in het diagram loopt hij als hij eooo gegooid heeft, dat wil zeggen de eerste, tweede en vierde keer even en de derde en vijfde keer oneven.

- Welke keren gaat hij bovenlangs als hij de route bij de reeks worpen eooeo neemt?
- Hoeveel verschillende rijtjes van vijf letters kun je maken als je alleen de o en de e mag gebruiken?

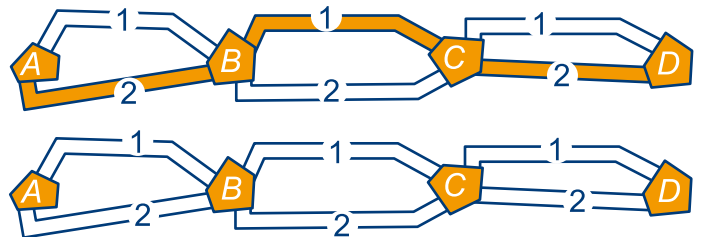


- 3 Een spoorwegman heeft een apparaat waarmee hij kan seinen. In dat apparaat zitten drie lampen. De bovenste lamp is rood, de middelste groen en de onderste blauw. Hij kan verschillende signalen geven. Bijvoorbeeld: rood-blauw (de bovenste en de onderste lamp branden, de middelste is uit.)
- Kleur zoveel mogelijk signalen waarbij er twee lampen branden. Let op: de bovenste lamp is altijd rood (als hij aan is), de middelste is altijd groen en de onderste is altijd blauw!
  - Kleur nu alle signalen waarbij er één lamp brandt.
  - Kleur het overblijvende signaal.
  - Geen lamp aan is ook een signaal. Daar kun je bijvoorbeeld mee aangeven dat er niets aan de hand is. Hoeveel signalen zijn er dus in totaal mogelijk?



Er zijn evenveel lampsignalen als routes van A naar D in het wegendiagram hiernaast. De gekleurde route hoort bij: rode lamp aan, groene lamp uit, blauwe lamp aan. (1 = 'uit' en 2 = 'aan')

- Teken de route die hoort bij: rode lamp aan, groene lamp aan en blauwe lamp uit.
- Welk lampsignaal hoort bij de route 1-1-2?



Er zijn ook apparaten met vier lampen boven elkaar.

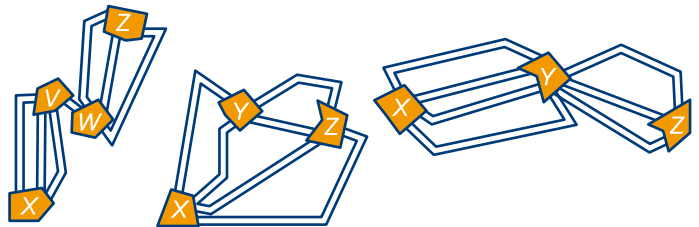
- Maak een bijbehorend wegendiagram.
- Hoeveel signalen zijn er in totaal mogelijk bij een apparaat met vier lampen?


## 2.6 EXTRA OPGAVEN

- 4 Joep en Evelien brengen reclamefolders rond. Aan deze reclame-actie is een loterij verbonden. Op elke folder is een lotnummer gestempeld. Joep neemt de Langstraat voor zijn rekening. Aan de even kant van de straat, te beginnen bij nummer 2, bezorgt hij de nummers 101, 102, 103, ... enzovoort. Folder nummer 10, heeft lotnummer 110 en wordt bezord bij huisnummer 20.
- Wat is het nummer van de folder die bezorgd wordt op huisnummer 82 en wat is het bijbehorende lotnummer?
  - Wat is het nummer van de folder met lotnummer 144 en op welk huisnummer wordt die bezorgd?
  - We korten het lotnummer af met  $l$  en het huisnummer met  $b$ . Er is een verband tussen  $l$  en  $b$ . Schrijf dit op in een formule met  $l$  en  $b$ .



-  5 Bereken voor elk van de drie wegendiagrammen hoeveel wandelingen er van  $X$  naar  $Z$  zijn.

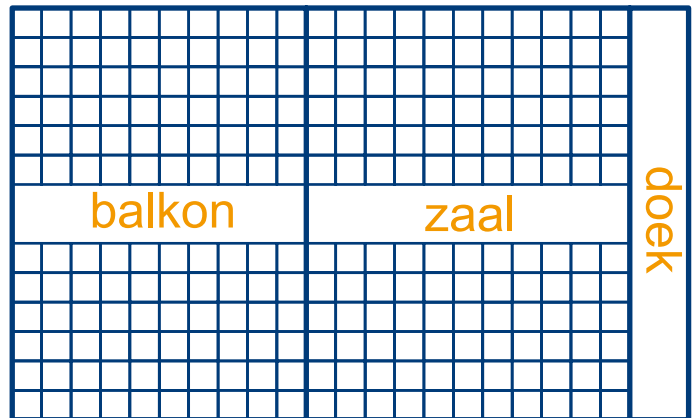



-  6 Hiernaast is de plattegrond van de bioscoop "De Uitkijk" getekend. Elk hokje is een zitplaats. Voor de streep zijn de stoelen getekend die op het balkon staan. Achter de streep zijn de zitplaatsen in de zaal aangegeven.

- Hoeveel plaatsen zijn er in de zaal? En hoeveel zijn er op het balkon?

Op een avond zijn voor de zaal de kaartjes met de nummers 328 tot en met 372 verkocht. De koper van het kaartje met nummer 328 zit op de stoel met nummer 1. De koper van het kaartje met nummer 329 zit op de stoel met nummer 2, enzovoort. Het stoelnummer korten we af met  $s$  en het kaartjesnummer met  $k$ .

- Geef een formule voor het verband tussen  $k$  en  $s$ .
- Hoeveel bezoekers zitten er die avond in de zaal?
- Voor het balkon zijn de kaartjes met de nummers 983 tot en met 1030 verkocht. Hoeveel bezoekers hebben er die avond op het balkon gezeten?
- Een kaartje voor de zaal kost €8 en voor het balkon €10. Aan het begin van de avond was er €25 in kas. Hoeveel was er op het eind van de avond in kas?



-  7 Op een vragenlijst moeten de vragen met ja of nee beantwoord worden. Bij een lijst van drie vragen, kan de rij antwoorden bijvoorbeeld "ja, nee, nee" zijn.

- Schrijf alle mogelijke rijen antwoorden op bij een lijst met drie vragen. Hoeveel zijn er?
- Verklaar waarom dat er evenveel zijn als wandelingen van  $A$  naar  $D$  in het wegendiagram hiernaast.
- Op een andere vragenlijst staan zes ja/nee vragen. Op hoeveel manieren kan die lijst ingevuld worden?



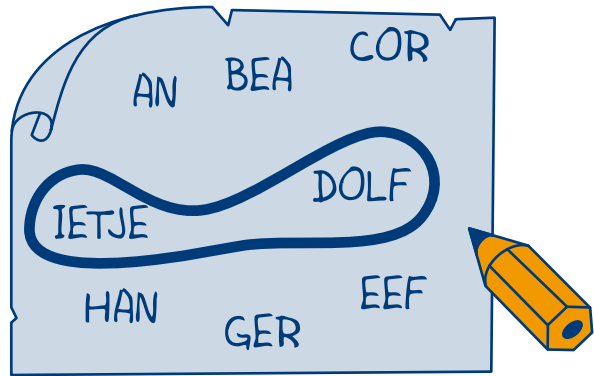


8 Jantje heeft een oude typemachine gekregen. Veel toetsen werken niet meer. Van de cijfers kan hij alleen nog maar de 1 en de 2 gebruiken.

- a Hoeveel getallen van twee cijfers kan hij typen?
- b En hoeveel van zeven cijfers?

9 In een Volkswagen busje kunnen negen mensen zitten: naast de chauffeur twee, en de rest achterin. Acht kinderen, An, Bea, Cor, Dolf, Eef, Ger, Han en Ietje rijden in zo'n busje naar een pretpark. Van tevoren bespreken ze welke twee van de acht voorin mogen zitten. Dolf heeft een briefje gemaakt met de acht namen. Om de twee die voorin mogen zitten zet hij een kringetje.

- a Hoeveel tweetallen kan Dolf kiezen?
- b An, Bea en Ietje zijn meisjes, de andere vijf jongens. Dolf vindt eigenlijk dat er een jongen en een meisje voorin mogen zitten. Dan zijn er natuurlijk veel minder mogelijkheden. Hoeveel mogelijkheden heb je dan?



10 Beantwoord elke vraag met ja of nee. Is elk drievoud oneven?

- Is elk oneven getal een drievoud?
- Is elk zesvoud even?
- Is elk even getal een zesvoud?
- Is elk drievoud ook een zesvoud?
- Is elk zesvoud ook een drievoud?



11 We gaan woordjes maken van drie letters. Op de eerste plaats kies je de letter p of b. Op de tweede plaats kies je de letter i, e, o of a. Op de derde plaats kies je l of k. (Als je gekozen hebt voor p, a en l, krijg je: pal)

- a Hoeveel woordjes kun je zo maken?
- b En als je op de eerste plaats kunt kiezen uit b of t, op de tweede plaats uit a, i of o en de derde plaats uit k of l?

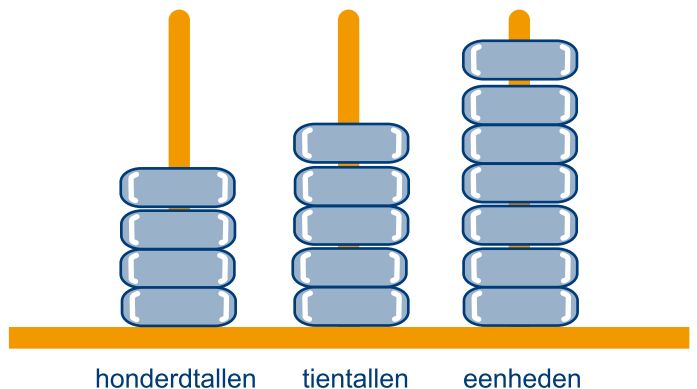
12 Hoeveel veelvouden van 10 zijn er tussen 0 en 1000 (0 en 1000 meegerekend)? Schrijf ook op hoe je je antwoord gevonden hebt.



13 Hiernaast is het getal 457 weergegeven. Op drie pinnen kun je alle getallen met drie cijfers weergeven, dus alle getallen kleiner dan 1000. Op pin 1 komen de eenheden, op pin 2 de tientallen en op pin 3 de honderdtallen.

- a Hoeveel pinnen heb je nodig om alle getallen kleiner dan 100000 weer te geven? En hoeveel ringen?
- b Teken het getal 426.

Dolf heeft een getal 'gepind'. Roy heeft een ring van pin 3 naar pin 1 verplaatst. Daardoor is het getal kleiner geworden




## 2.6 EXTRA OPGAVEN



- c Hoeveel kleiner?
- d En als hij een ring van pin 3 naar pin 2 verplaatst?
- e Dolf heeft een getal gepind dat deelbaar is door 9. Roy heeft een ring verplaatst. Waarom is ook het getal van Roy deelbaar door 9?
- f Dolf heeft een getal gepind dat niet deelbaar is door 9. Roy heeft een ring verplaatst. Is het getal van Roy deelbaar door 9? Waarom wel/niet?

Door ringen te verplaatsen wordt van een 'oud' getal een 'nieuw' getal gemaakt. Als het oude getal deelbaar is door 9, dan is het nieuwe ook deelbaar door 9. Als dat getal niet deelbaar is door 9, is het nieuwe ook niet deelbaar door 9.

Het getal 12345 is deelbaar door 9 als  $1+2+3+4+5$  deelbaar is door 9. Het getal 12345 is niet deelbaar door 9 als  $1+2+3+4+5$  niet deelbaar is door 9. (De ringen worden allemaal naar pin 1 verplaatst.)

- g Waarom geldt dit ook voor deelbaarheid door 3?
  - h Ga van de volgende getallen na of ze deelbaar zijn door 9.  
445545, 12366, 123456, 223344, 55555555, 111222333444
  - i Ga ook na welke van de getallen in die rij deelbaar zijn door 3.
- In de intro heb je Harrie de kat ontmoet.
- Je moet een getal in je gedachten nemen.
  - Van dat getal moet je de cijfers optellen.
  - Het getal dat je zo krijgt moet je aftrekken van het getal dat je in gedachten had.
- j Vertaal dat in getallen pinnen. Leg uit hoe de truc werkt.

-  14 Om te zien of een getal deelbaar is door 4 hoef je alleen maar te kijken naar de laatste twee cijfers van dat getal.
  - a Leg uit hoe dat werkt.
  - b Hoe herken je veelvouden van 8?

-  15 a Knip uit roosterpapier een klein vierkantje van 2 bij 2. Teken op roosterpapier ook een vierkant van 8 bij 8.
  -  Kijk op hoeveel manieren je het kleine vierkantje op het rooster van 8 bij 8 kunt leggen. Het kleine vierkantje moet precies vier roosterhokjes bedekken.
  - b Kun je nu ook vaststellen op hoeveel manieren je vierkantjes van 1 bij 1, 3 bij 3, 4 bij 4 enzovoort op het rooster van 8 bij 8 kunt leggen?
  - c Knip uit het werkblad een driehoek bestaande uit vier kleine driehoekjes. Kijk op hoeveel manieren je dat op de grote driehoek kunt leggen.
  - d Hoeveel driehoeken kun je in de grote driehoek vinden?

