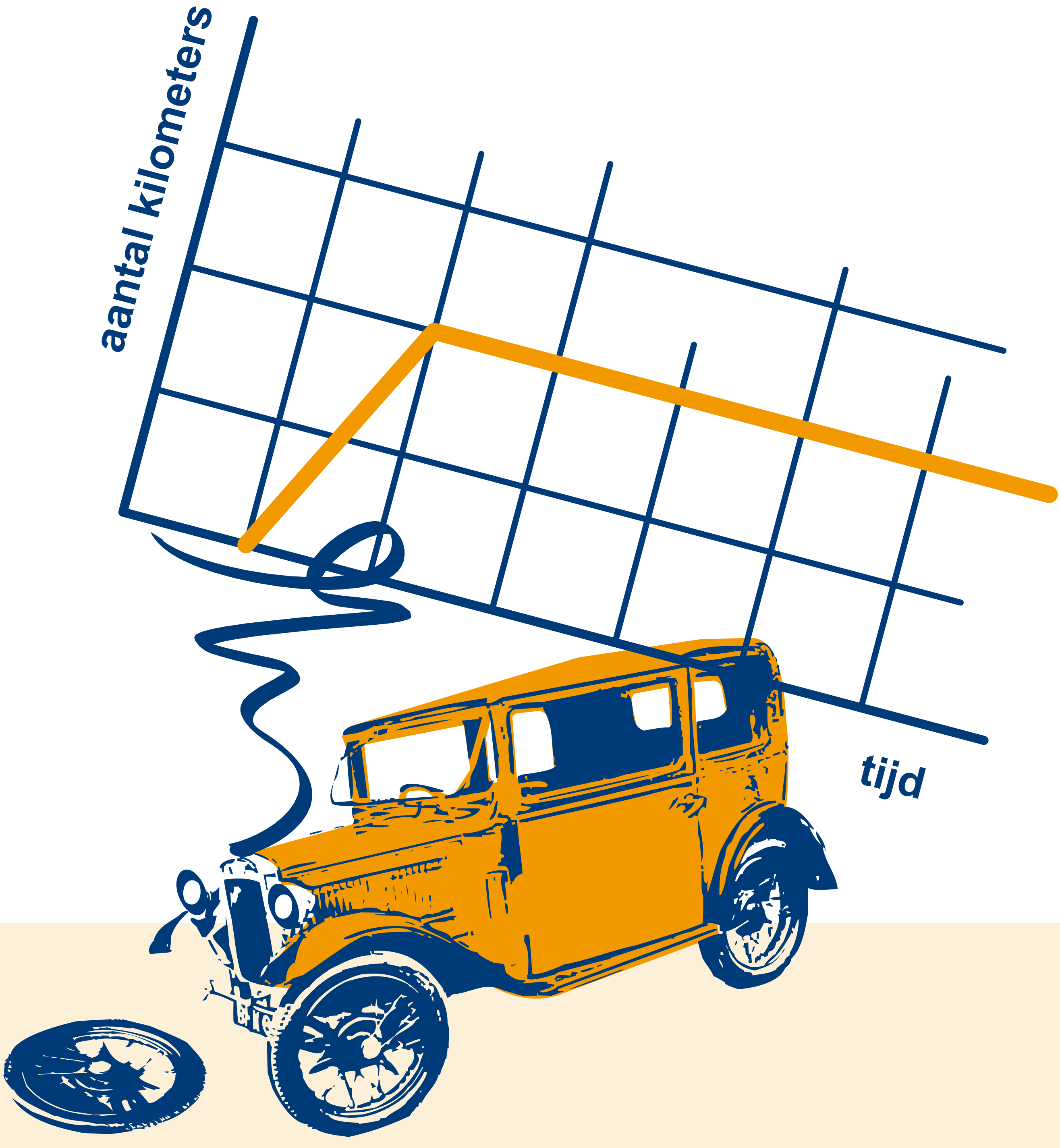
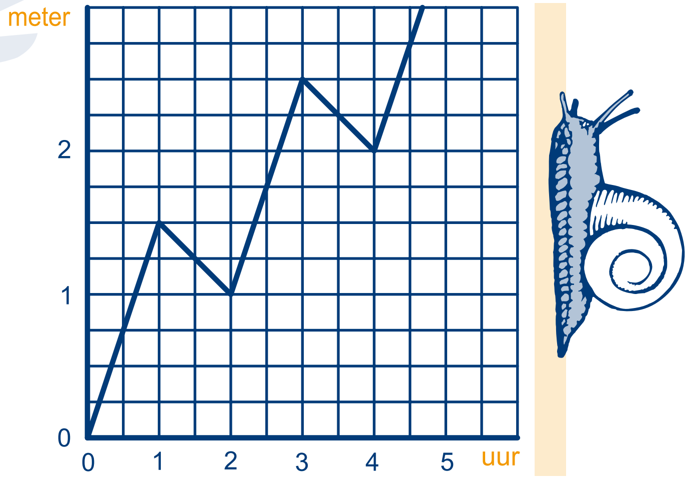


12. GETALLEN & GRAFIEKEN

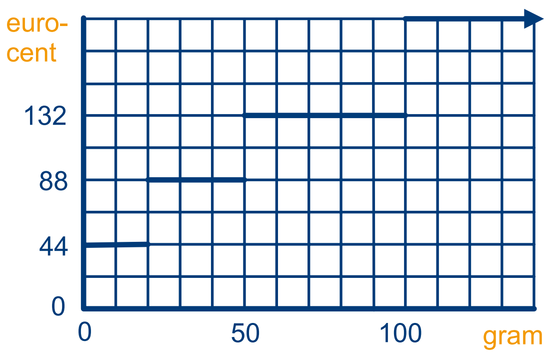
12.0 INTRO

1 Een slak beklimt een paal. Dat gaat niet gemakkelijk. Hiernaast is horizontaal de tijd uitgezet (in uren) en verticaal de hoogte (in meter). De grafiek vertelt hoe de klimtocht van de slak verloopt.
a Hoe verloopt de klimtocht?
b Als de slak stijgt, met welke snelheid gebeurt dat dan?
c Als de slak naar beneden glijdt, met welke snelheid gebeurt dat dan?

De grafiek is niet compleet, want de paal is nog hoger en de slak blijft stug volhouden. De paal is 5 meter hoog.
d Hoe lang duurt het voordat de slak de top van de paal bereikt?

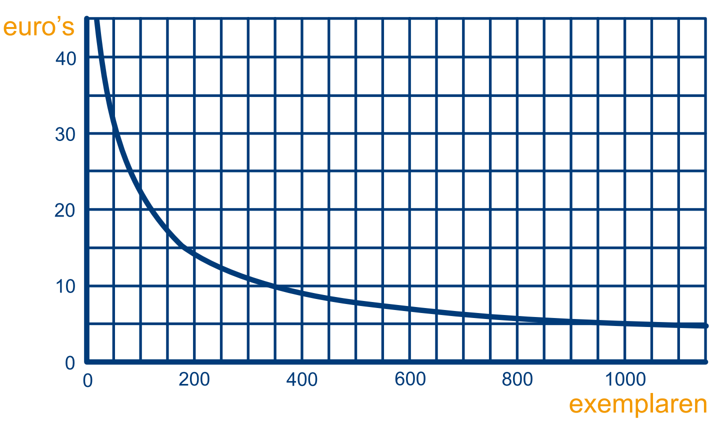


2 Hoeveel porto je op een brief moet plakken, hangt af van het gewicht van de brief. Uit de grafiek hiernaast kun je aflezen hoe het posttarief in Nederland is (2007).
Vertel wat je uit de grafiek te weten komt.



3 Stel je laat een boek drukken. Als je weinig exemplaren laat drukken, zijn die per stuk heel duur. Als je veel exemplaren laat drukken, zijn die per stuk veel goedkoper. Hoe dat zit, kun je uit de grafiek hiernaast aflezen.
a Hoeveel kost één exemplaar als de oplage 100 exemplaren is?
Hoeveel moet je in dat geval in totaal aan de drukker betalen?
b Hoeveel kost één exemplaar als de oplage 1000 exemplaren is?
Hoeveel moet je dan aan de drukker betalen?

Iemand twijfelt of hij 500 exemplaren zal laten drukken of 100 meer.
c Wat kosten die extra 100 exemplaren per stuk?



12.1 EVENREDIGE VERBANDEN

Twee keer zoveel, twee keer zo duur

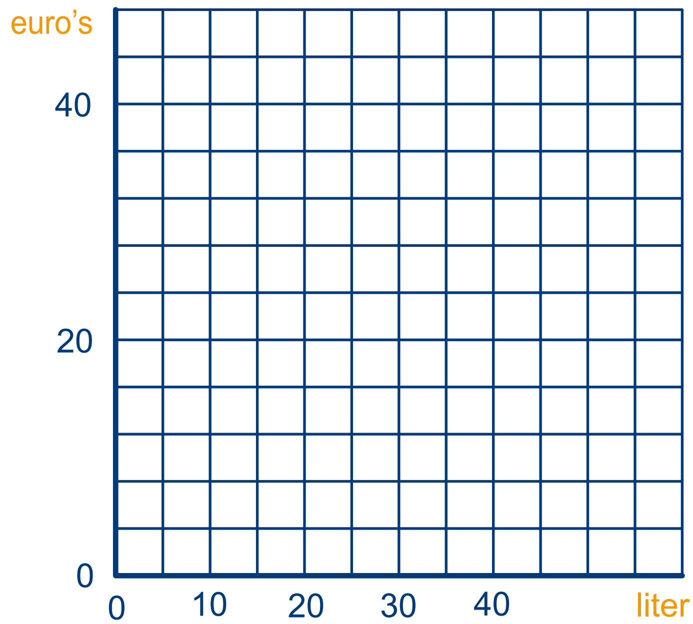
4 Mijnheer De Vrij heeft zojuist getankt: 30 liter voor 36 euro.

a Wat is de prijs van 1 liter benzine?

b Bij elk aantal liters hoort een prijs in euro's. Maak een tabel zoals hiernaast.

c Teken de grafiek van dat verband. Zet het aantal liters horizontaal uit en de prijs verticaal.

aantal liter	0	1	10	20	30	40
euro's					36	



Het aantal liters benzine noemen we b, de prijs in euro's c.

d Geef een formule voor c uitgedrukt in b. Schrijf de formule in de gedaante $c =$ ___ $\cdot\, b$.

e Morgen rijdt De Vrij heen en terug van Wageningen naar Amsterdam. Dat retourtje is 180 km. De Vrij rijdt dan constant met een snelheid van 120 km/u; de auto rijdt bij die snelheid 1 op 12. Hoeveel euro kost die rit aan benzine?

f Als je de af te leggen afstand a weet, kun je bepalen hoeveel liter benzine b daarvoor nodig is en dan ken je ook de kosten c.
Geef een formule voor c, uitgedrukt in a. Schrijf de formule in de gedaante $c =$ ___ $\cdot\, a$.

g Als vertegenwoordiger rijdt De Vrij vrijwel uitsluitend op de snelweg: 120 km/u. Vorige week heeft de Vrij de tank volgegooid voor 54 euro. Hoeveel km kan hij voor die 54 euro afleggen?

h Geef een formule voor a, uitgedrukt in c. Schrijf de formule in de gedaante $a =$ ___ $\cdot\, c$.

5 Anneke gaat op vakantie in Engeland. Ze wisselt euro's om in Britse ponden. Voor 540 euro ontvangt ze 360 pond (wisselkoers 2003).

a Hoeveel euro betaalt Anneke voor 1 pond?

b Maak een tabel zoals hiernaast voor het wisselen van euro's in ponden.

c Teken de bijbehorende grafiek. Zet het aantal euro's horizontaal uit, het aantal ponden verticaal.

aantal euro's	0	6	30	150	270	540
aantal ponden						360

Het aantal euro's noemen we e, het aantal ponden p. Bij elke waarde van e hoort een waarde van p en omgekeerd.

d Geef een formule voor e, uitgedrukt in p.

In Zweden is de munteenheid de kroon. Voor 1 euro krijg je 9 kronen.

e Maak een omwisseltabel voor euro's en Zweedse kronen.

f Het aantal kronen noemen we k.
Geef een formule voor k, uitgedrukt in e. Ook omgekeerd, e uitgedrukt in k .

g James Johnson uit Londen gaat zijn vakantie in Zweden doorbrengen. Hij wisselt 600 ponden in voor kronen.
Hoeveel kronen ontvangt James? Schrijf ook je berekening op.

h Geef een formule voor k, uitgedrukt in p.

12.1 EVENREDIGE VERBANDEN

Het aantal ponden p staat in een vaste verhouding met het aantal kronen k. We zeggen dat er een **recht evenredig verband**, of korter een **evenredig** verband is tussen p en k.
In opgave 4 en 5 hebben we uitsluitend evenredige verbanden gezien.

p en k zijn evenredig betekent:
- als je k 2 keer zo groot neemt, wordt p ook 2 keer zo groot (voor 2 keer zo veel kronen, betaal je 2 keer zo veel ponden),
- als je k 3,5 keer zo groot neemt, wordt p ook 3,5 keer zo groot,
- als je k 123 keer zo groot neemt, wordt p ook 123 keer zo groot,
- als je k $\frac{1}{5}$ keer zo groot neemt, wordt p ook $\frac{1}{5}$ keer zo groot.

Als p en k evenredig zijn en $p = 0$, dan is ook $k = 0$. De grafiek van het verband gaat dus door het hoekpunt (0,0).

Evenredig in andere vakken

In de natuurkunde, biologie en scheikunde kom je een heleboel evenredige verbanden tegen. In de volgende opgaven kom een een paar voorbeelden tegen.

6 In een pak halfvolle melk van 1 liter zit 15 gram vet.
a Hoeveel gram vet zit er in 1,5 liter melk?

Noem het aantal liter melk m en het aantal gram vet v.
b Geef een formule van het verband tussen v en m.

7 De dichtheid van eikenhout is 0,78. Dat wil zeggen dat 1 dm³ eikenhout 0,78 kilogram weegt.
a Hoeveel weegt 2,5 dm³ eikenhout?

Een hoeveelheid eikenhout van v dm³ weegt g kg.
b Geef een formule van het verband tussen g en v.

Een eikenhouten kunstwerk weegt 13 kg.
c Hoeveel dm³ is de inhoud van het kunstwerk?

8 Duikers voelen een druk op de trommelvliezen in hun oren. Hoe dieper ze duiken, hoe groter de druk. Er is een evenredig verband tussen de druk p (in grammen per cm²) en de diepte d (in meters). Op 2 meter diepte is de druk 200 gram/cm².
a Teken de grafiek van het verband tussen d (horizontaal) en p (verticaal).
b Geef een formule van het verband tussen p en d.

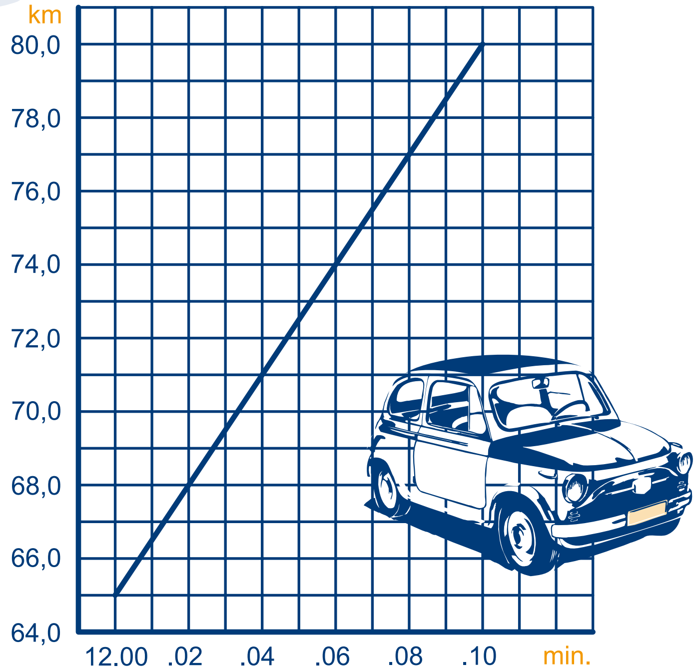
Evenredig is een typisch Nederlands woord. In andere talen heet dat *proportional* of iets dergelijks, en dat is afkomstig uit het Latijn. Simon Stevin (1548-1620) had liever een zuiver Nederlands woord, want dat is beter te begrijpen. *Evenredig* betekent letterlijk: *met gelijke reden* (= met gelijke verhouding).

6 Een topsprinter (atletiek) doet 10 seconden over de 100 meter.
Het aantal seconden dat verstrijkt na het startschot noemen we t, het aantal meter dat de topsprinter aflegt a.
a Is het verband tussen a en t evenredig?
b Hoe zal de grafiek er ongeveer uitzien? (t horizontaal, a verticaal)

7 Een taxirit van 6 km kost 8 euro; een taxirit van 10 km kost 11 euro.
a Onderzoek of de kosten evenredig zijn met de lengte van de taxirit.
b Welke ritten zijn in verhouding het duurst, korte of lange?

Langs de autoweg

9 Om precies 12.00 uur passeert een Fiat het kilometerbordje 65,0 langs de snelweg van Eindhoven naar Maastricht. Op dat moment is de auto dus precies 65 kilometer van Eindhoven. Gedurende de volgende tien minuten rijdt de Fiat met een constante snelheid. Hiernaast zie je de tijd-afstand-grafiek van de rit van de Fiat. Die staat ook op het werkblad.



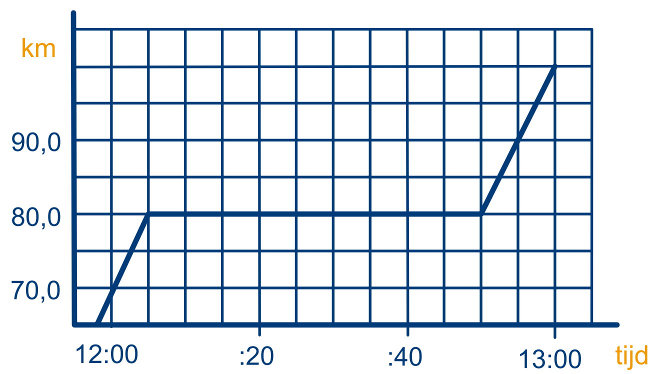
Tijdstip (min. over 12)	:00	:02	:04	:06	:08	:10
kmbordje						

a Lees af welk kilometerbordje de Fiat passeert om 12.02 uur.
En welk bordje om 12.04 uur.
b Lees af hoe laat de Fiat bordje 74,0 passeert.
En wanneer bordje 75,0?
c Bereken de snelheid van de Fiat.

Om 12.02 uur passeert een Citroën bordje 65,0. Deze auto rijdt met een constante snelheid van 120 km per uur in dezelfde richting als de Fiat.
d Maak een tabel voor de rit van de Citroën zoals hiernaast.
e Teken op het werkblad met kleur de tijd-afstand-grafiek van de Citroën tussen 12.02 en 12.10 uur.
f Hoe zie je in de figuur dat de Citroën de Fiat inhaalt?
g Lees uit de grafiek af op welk tijdstip en bij welk kilometerbordje dat gebeurt.
h Lees af op welk tijdstip de Fiat nog een voorsprong heeft van 1 km op de Citroën.

Een tegenligger passeert om 12.00 uur het bordje 80,0. Hij rijdt met dezelfde snelheid als de Fiat.
i Teken op het werkblad met een andere kleur de grafiek van de rit van de tegenligger tussen 12.00 en 12.10 uur.
j Hoe laat passeren de Fiat en de tegenligger elkaar?

10 Hiernaast staat de grafiek van een rit van een Renault die om 12.00 uur kilometerbordje 70,0 passeerde. Die staat ook op het werkblad.



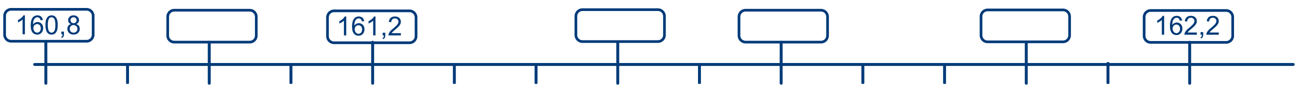
a Wat kun je vertellen over deze rit? Wat kan er gebeurd zijn?

De bestuurder van de Renault had de wegenwacht opgeroepen, omdat zijn motor weigerde. Om 12.15 uur vertrekt een wegenwacht van bordje 95,0 in de richting van de stilstaande Renault. Hij rijdt met een snelheid van 90 km per uur.
b Teken op het werkblad met kleur de tijd-afstand-grafiek van de rit van de wegenwacht.
c Hoe laat bereikt de wegenwacht de stilstaande Renault?
d Direct nadat het euvel is verholpen, vervolgt de Renault zijn weg. Hoe lang duurde de reparatie?

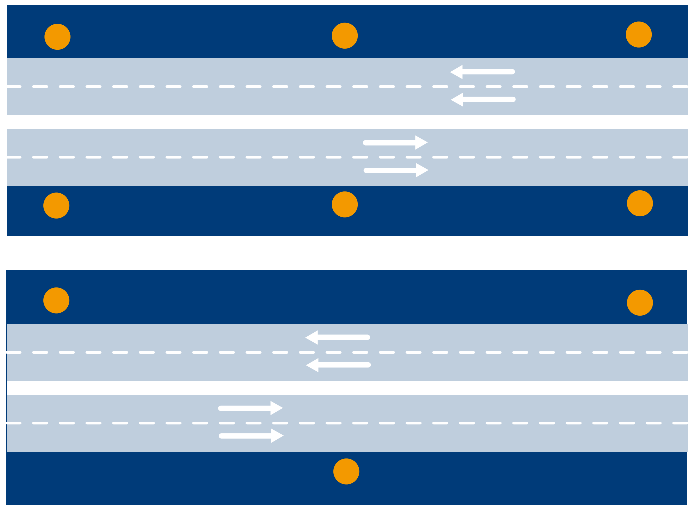
11 Langs de autoweg staan op onderlinge afstand van 100 meter groene bordjes, met daarop een “kommagetal”. Deze bordjes worden hectometerbordjes genoemd.

Bekijk de foto.
Het eerstvolgende hectometerbordje is 160,9.

a Wat staat er op het bordje dat daarna komt? En op het daaropvolgende bordje?
b Wat is het eerstvolgende kilometerbordje na 161,0?
c Hoeveel hectometerbordjes staan er tussen de kilometerbordjes 160,0 en 161,0?
d Wat staat er op de lege bordjes van een stukje snelweg hieronder?



12 Langs de Nederlandse autowegen staan gele praatpalen, waarmee de wegenwacht of de politie kan worden opgeroepen. De praatpalen zijn genummerd. Aan de ene kant van de weg zijn de nummers even, aan de overkant oneven. De praatpalen aan weerszijden staan precies tegenover elkaar. Dus zoals in het bovenste plaatje. Men had de helft van de praatpalen kunnen uitsparen door ze om en om te plaatsen, zoals in het onderste plaatje.



a Waarom zal men dat toch niet gedaan hebben?

Men streeft ernaar de praatpalen op 2 km afstand van elkaar te plaatsen. Soms lukt dat niet door invoegstroken of parkeerterreinen. Wij bekijken een stukje autoweg waar de praatpalen 482, 484, 486 en 488 toevallig op onderling gelijke afstanden staan. Praatpaal 482 staat bij kilometerbordje 162,0 en praatpaal 488 bij kilometerbordje 167,0.

b Hoever staan deze praatpalen van elkaar af?

Ergens tussen de kilometerbordjes 162,0 en 167,0 krijgt een automobilist pech. Hij loopt naar de dichtstbijzijnde praatpaal. Welke kant hij daarvoor op moet, wordt aangewezen door pijlen die aan de hectometerbordjes zijn bevestigd.

c Welke afstand hoeft hij hoogstens te lopen om de dichtstbijzijnde praatpaal te bereiken?

13 Veronderstel dat er tussen elke twee hectometerbordjes negen kleinere bordjes staan, op onderlinge afstand van 10 meter. Deze noemen we decameterpaaltjes. Jij gaat op elk decameterbordje een kommagetal schilderen.

a Welk kommagetal schilder je op het eerste bordje na 162,7? En op het achtste bordje na 162,7?
b Welk getal schilder jij op het bordje halverwege 162,7 en 162,8?

We kijken nog eens naar de praatpalen van opgave 12. Paal 484 staat $1\frac{2}{3}$ km van de vorige praatpaal af.

c Neem over en vul in:
$1\frac{2}{3}$ km = 1 km plus ___ hm plus ___ dam plus ___ m, enzovoort

d Tussen welke twee opvolgende hectometerbordjes staat praatpaal 484?

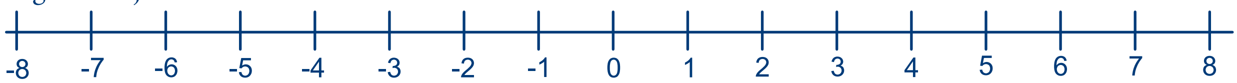
e Welk opschrift schilder jij op het decameterbordje dat het dichtst bij paal 484 staat?

f Welk hectometerbordje staat het dichtst bij praatpaal 486?

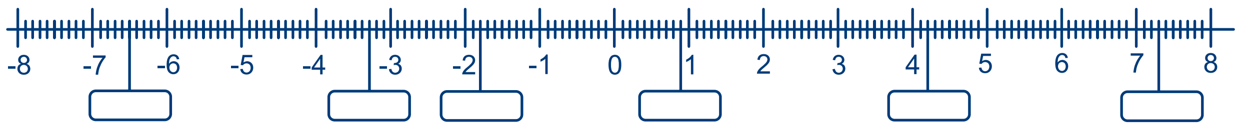
g En welk decameterbordje?

Op de getallenlijn

14 Hieronder staat een plaatje van de **gehele getallen**; de getallenlijn is verdeeld in "eenheden".



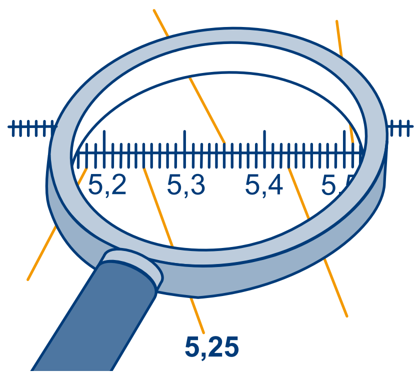
We brengen een fijnere schaalverdeling aan: in "tienden":



a Welke *decimale* breuken worden aangewezen? (decimaal = tiendelig).

Elk stukje van ééntiende verdelen we weer in tien gelijke stukjes; zo krijgen we een verdeling in "honderdsten". Door een loupe kunnen we die kleine stukjes goed zien.

b Welke decimale breuken horen in de hokjes?



We verdelen elk stukje van éénhonderdste weer in tienen. Dan krijgen we een verdeling in "duizendsten". Tussen de streepjes 0,36 en 0,37 komen dan negen deelstreepjes.

c Welke tiendelige breuk hoort bij het vijfde deelstreepje?

14 Teken een stukje getallenlijn van 3,15 tot 3,25.
Neem voor dat stukje 10 cm.
Geef daarop de getallen 3,188 en 3,241 aan.

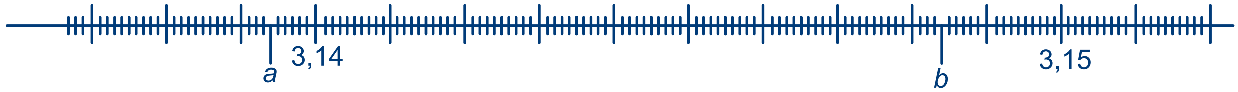
15 Zo kunnen we (in gedachten) doorgaan met het maken van steeds fijnere verdelingen. We nemen als voorbeeld de decimale breuk 3,21478. Hierin geeft 3 het aantal gehelen aan, 2 het aantal tienden, enzovoort.

a Wat geeft het cijfer 7 aan?

b Welk getal ligt halverwege 0,125 en 0,128?
En halverwege -0,36 en -0,3614?

c Welk getal is het grootst, 3,188 of 3,24?
Hoeveel groter?

16



a Hoe groot is een stukje tussen twee opvolgende streepjes op de getallenlijn hierboven?

Op de getallenlijn zijn twee getallen aangegeven: *a* en *b*.

b Geef vier decimalen (cijfers achter de komma) van: a , b , $a+b$, $b-a$, $2a$ en $\frac{1}{2}b$.

Je moet de volgende vraag zonder rekenmachine beantwoorden. Je kunt je rekenmachine wel gebruiken om je antwoorden te controleren.

c Schrijf als decimale breuk: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{101}{100}$, $\frac{333}{1000}$, $\frac{1}{50}$, $6\frac{3}{50}$.

17 Je kunt elk getal schrijven als decimale breuk.

a Schrijf als decimale breuk: $\frac{43}{100}$, $\frac{13}{1000}$, 7 miljoenste

Als de noemer niet 10, 100, 1000, ... is, kun je soms de noemer wel 10, 100, 1000, ... maken.

b Schrijf als decimale breuk: $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{25}$ $\frac{11}{25}$, $\frac{17}{1250}$.

Maar je kunt van de noemer niet altijd 10, 100, 1000, ... maken. Dan is het lastiger. Je hebt dan oneindig veel decimalen nodig om het getal als decimale breuk te schrijven. Bekijk maar eens de volgende voorbeelden:

$\frac{2}{3}$ = 0,666666...

$\frac{11}{15}$ = 0,7333333...

$\frac{8}{3}$ = 2,666666...

$\frac{7}{9}$ = 0,7777777...

$\frac{776}{111}$ = 6,990990990...

De decimale breuk van $\frac{11}{8}$ is 1,375000... . Hij eindigt met een sliert 0'en, omdat de deling 11 : 8 mooi uitkomt. De sliert 0'en kun je net zo goed weglaten.

c Controleer de decimale breuken met je rekenmachine. Zijn ze goed?

17 Anneke rekent $\frac{5}{18}$ uit op haar rekenmachine. Ze krijgt 0,2777777778 als antwoord. Als controle rekent ze 18 · 0,2777777778 uit. Haar rekenmachine geeft precies 5 als antwoord.

a Klopt dat wel precies?

Een rekenmachine werkt met tien cijfers (of met acht of met negen cijfers). Als er meer cijfers zijn, rondt de rekenmachine dus af (of laat gewoon de volgende cijfers weg). Anneke wil weten wat de tiende decimaal is en de daarop volgende decimalen zijn. Daarom deelt ze 5 door 18 op papier, dat wil zeggen zonder rekenmachine.

b Doe dat ook. Wat is de tiende decimaal? En de elfde?

c Kun jij uitleggen hoe het komt dat vanaf de tweede decimaal alle decimalen 7 zijn?

De rekenmachine geeft: $\frac{333}{512}$ = 0,650390625.

d Is dit precies zo of heeft de rekenmachine weer afgerond?

e Wat zijn de tiende en daarop volgende decimalen.

De rekenmachine geeft: $\frac{5}{7}$ = 0,7142857143.

f Is dit precies zo of heeft de rekenmachine weer afgerond?

g Wat is de elfde en twaalfde decimaal?

Vroeger werkte men niet met decimale breuken, maar met gewone breuken. En dat werd nogal moeilijk gevonden. Het was Simon Stevin die in 1585 het boekje De Thiende schreef. Daarin stelde hij voor decimale breuken te gaan gebruiken. Hij liet zien dat je daarmee net zo gemakkelijk rekent als met gehele getallen. En, zoals je begrijpt, is het idee van Simon Stevin overgenomen. Simon Stevin (1548-1620) werd geboren in Brugge. Begonnen als boekhouder, ontwikkelde hij zich als een veelzijdig geleerde. Hij hield zich bezig met onder andere wiskunde, natuurkunde en sterrenkunde, vooral vanuit praktisch oogpunt. Hij is ook bekend geworden vanwege zijn activiteiten als ingenieur in het leger van prins Maurits. Het is opvallend dat Stevin in de volkstaal publiceerde; dit in tegenstelling tot de andere wetenschappers uit zijn tijd. Door hem zijn woorden als “wiskunde”, “meetkunde”, “evenwijdig” en “evenredig” in de Nederlandse taal opgenomen.

Met oneindige decimale breuken kun je ook rekenen. Optellen doe je gewoon door de “tienden” bij elkaar op te tellen, en de “honderdsten”, en de “duizendsten”, enzovoort (soms moet je “wisselen”).

18 **a** Bereken 0,3333... + 0,2222...

Zoals je misschien weet is 0,3333... = $\frac{1}{3}$, is 0,2222... = $\frac{2}{9}$ en is 0,55555... = $\frac{5}{9}$.

b Klopt dat met de uitkomst van vraag **a**?

c Bereken 2 · 0,1666...

Zoals je weet is 0,1666... = $\frac{1}{6}$.

d Klopt dat met de uitkomst van vraag **c**?

19 Schrijf als één decimale breuk:

0,23232323... + 0,65656565...
0,23232323... + 0,650650650650...
0,123412341234... + 0,55555555...
0,3333333... + 0,16666666...
1 – 0,123412341234...
2 · 0,123412341234...
$\frac{1}{2}$ · 0,123412341234...

19 g = 0,25252525...

a Geef de decimale breuk van:

0,1 · g
g : 25
4 · g
100 · g – 25
100 · g – g

Uit je laatste antwoord volgt welke gewone breuk gelijk is aan g.

b Welke is dat?

12.3 EEN DELINGSALGORITME

Decimalen uitrekenen

20 Geef de decimale breuken van $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ... $\frac{1}{11}$. Geef van de breuken die niet mooi uitkomen zes decimalen.

21 We bekijken een lengte van 8 km. We gaan die verdelen in 11 gelijke stukken.
• stap1:
8 km = 80 hm; dit gedeeld door 11 is 7 hm, met een rest van 3 hm. Die rest moeten we nog verder verdelen.
• stap2:
3 hm = 30 dam; dit gedeeld door 11 is 2 dam, met een rest van 8 dam. Die rest moeten we nog verder verdelen.

a Maak zelf stap 3, 4 en 5.
b Vul in: $\frac{8}{11}$ km = 7 hm + 2 dam + __ m + __ dm + __ cm + __ mm + ...
c Geef de eerste tien decimalen van $\frac{8}{11}$.
d Wat is de honderdste decimaal van $\frac{8}{11}$?

Voorbeeld: de decimale breuk van $\frac{35}{54}$

• stap1 35 = 350 tienden; dit gedeeld door 54 is 6 tienden, met rest 26 tienden. Die rest moeten we nog verder verdelen.
• stap2 26 tienden = 260 honderdsten; dit gedeeld door 54 is 4 honderdsten, met rest 44 honderdsten. Die rest moeten we verder verdelen.
• stap3 44 honderdsten = 440 duizendsten; dit gedeeld door 54 is 8 duizendsten, met rest 8 duizendsten. Die rest moeten we verder verdelen.
• stap4 8 duizendsten = 80 tienduizendsten; gedeeld door 54 is 1 tienduizendste, met rest 26 tienduizendsten. Die rest moeten we verder verdelen.
• stap5 We zitten nu in de situatie van stap 2: we moeten 260 delen door 54. Dus krijgen we weer als decimaal 4 met als rest 44.
• stap6 We zitten nu in de situatie van stap 3: we moeten 440 delen door 54. Dus krijgen we weer als decimaal 8 met als rest 8.
Enzovoort.

Schematisch: 35 : 54

350 : 54 = 6	rest 26	tienden
260 : 54 = 4	rest 44	honderdsten
440 : 54 = 8	rest 8	duizendsten
80 : 54 = 1	rest 26	tienduizendsten
260 : 54 = 4	rest 44	honderdduizendsten
440 : 54 = 8	rest 8	miljoensten

$\frac{35}{54}$ = 0,648148...

22 a Bestudeer het voorbeeld hierboven.
Wat zijn de zevende en achtste decimaal van $\frac{35}{54}$?

Omdat de resten zich herhalen, herhalen zich ook de decimalen van $\frac{35}{54}$.
b Wat is de honderdste decimaal van $\frac{35}{54}$?

In applet 12.1 - Delen wordt het schema in het voorbeeld gebruikt. Als je liever je eigen schema gebruikt om decimale breuken uit te rekenen, kan dat natuurlijk ook.

23 Bepaal met het schema van de vorige bladzijde - of met een eigen schema - de decimale schrijfwijze van:

a $\frac{17}{33}$

b $\frac{123}{37}$

c $\frac{1234}{625}$

24 Soms komt een deling wel "mooi uit": dan treedt "rest 0" wel op. Bijvoorbeeld bij $\frac{37}{40}$.

Dan hebben we te maken met een breuk die te schrijven is als *eindige* decimale breuk.

a Geef de decimale breuk van $\frac{37}{40}$.

b Geef nog drie breuken (tussen 0 en 1) waarvan de decimale breuk eindig is.

25 Hieronder staan zes gewone breuken en acht decimale breuken.

$\frac{3}{7}$	0,0625
$\frac{7}{8}$	0,266666...
$\frac{6}{11}$	0,3809523...
$\frac{4}{15}$	0,428571...
$\frac{1}{16}$	0,545454...
$\frac{8}{21}$	0,875

Door goed te kijken zie je welke decimale breuk bij welke gewone breuk hoort.
Welke horen bij elkaar?
(Zonder rekenmachine natuurlijk!)

26 Als je weet dat $\frac{1}{2}$ = 0,5, dan weet je ook dat $\frac{1}{4}$ = 0,25. Immers, $\frac{1}{4}$ is de helft van $\frac{1}{2}$, dus moet je de helft van 0,50 nemen om de decimale breuk van $\frac{1}{4}$ te krijgen.

a Ga verder met halveren: neem de helft van $\frac{1}{4}$, daar weer de helft van en vervolgens nog eens de helft daar weer van. Welke breuken krijg je en welke decimale breuken horen daar dus bij?

Als je weet dat $\frac{1}{5}$ = 0,2, weet je ook dat $\frac{1}{25}$ = 0,04. Immers $\frac{1}{25}$ is het eenvijfde deel van $\frac{1}{5}$, dus moet je 0,20 door 5 delen om de decimale breuk van $\frac{1}{25}$ te krijgen.

b Welke breuken krijg je als je $\frac{1}{25}$ door 5 deelt, en de uitkomst daarvoor nog eens door 5.

Als je een rationaal getal schrijft als decimale breuk, krijg je een *eindige* of een *repeterende* decimale breuk.

Een eindige decimale breuk kun je aanvullen met oneindig veel 0'en. Zodoende kun je ook hem opvatten als repeterende decimale breuk.

23 De rekenmachine geeft: $\frac{4}{7}$ = 0,5714285714. Dat dit zeker niet precies goed is zie je aan de uitkomst van het product van 7 en 0,5714285714.

a Wat is het laatste (tiende) cijfer achter de komma in die uitkomst?

We maken een berekening volgens het schema:
40 : 7 = 5 , rest 5 tienden
50 : 7 = 7 , rest 1 honderdsten
10 : 7 = 1 , rest 3
30 : 7 = 4 , rest 2
20 : 7 = 2 , rest 6
60 : 7 = 8 , rest 4
Tot zover klopt het precies met wat het rekenmachientje opleverde.

b Bereken de volgende twee decimalen.

In de zesde stap kwam rest 4 voor. In de zevenste stap moet je dus $\frac{40}{7}$ uitrekenen. Maar dat is precies de eerste stap. In de achtste stap moet je $\frac{50}{7}$ uitrekenen en dat is precies de tweede stap.
Geen wonder dat de decimalen zich gaan herhalen!

c Welke stap zal weer hetzelfde zijn als de eerste stap?
Welke decimaal ken je dus ook?

d Wat is de 100ste decimaal?

$\frac{4}{7}$ komt niet "mooi uit". Dat komt omdat "rest 0" niet optreedt. Alle andere mogelijk resten (rest 1 t/m 6) traden wel op. De 7de rest moet dus wel hetzelfde zijn als een rest die al eerder voorkwam. Vanaf dat moment herhaalt het delingsproces zich.

24 Je rekenmachine geeft: $\frac{8}{13}$ = 0,6153846154
$\frac{8}{13}$ komt niet "mooi uit", dat komt omdat "rest 0" niet optreedt.

a Hoeveel resten zijn er hoogstens mogelijk?

b Na hoeveel stappen treedt er dus zeker herhaling op?

c Maak een berekening volgens het schema. Welke decimale breuk vind je?

d Na hoeveel decimalen begint de herhaling?

12.5 IRRATIONALE GETALLEN

De decimale schrijfwijze van een breuk is repeterend. Dat wil zeggen dat de decimalen zich exact gaan herhalen, steeds in dezelfde volgorde. Soms begint de herhaling meteen na de komma, soms wat later; maar het gebeurt altijd. Nog wat voorbeelden.

$\frac{4}{7} = 0,$ *571428* 571428 57...
$\frac{73}{111} = 0{,}6576576576...$
$\frac{39}{16} = 2{,}43750000...$
$\frac{101}{22} = 4{,}5909090...$
$\frac{89}{1320} = 0{,}0674242424...$
$\frac{8}{17} = 0{,}47058823529411764705882352941176 4...$

27 Bij de eerste breuk is het groepje zich herhalende decimalen cursief gezet en oker gekleurd.
a Wat is een zo kort mogelijk repeterend stukje bij de andere vijf decimalen breuken?
b Wat is de honderdste decimaal van elk van de zes decimale breuken?

> De lengte van een zo kort mogelijk groepje zich herhalende decimalen heet de **periode** van de decimale breuk.
> Voorbeeld: de periode van de decimale breuk $\frac{4}{7}$ hierboven is 6.

28 Wat is de periode van de andere vijf decimale breuken?

We weten nu: van elke breuk is de decimale schrijfwijze repeterend.
Het is goed mogelijk dat je op je rekenmachine de herhaling niet kunt zien. Namelijk als de periode 10 of meer is. Immers een rekenmachine geeft maar tien cijfers (of minder).

29 Niet alle decimale breuken zijn repeterend. Bekijk maar eens de decimale breuk:
0,1010010001000010000001...
a Wat zijn de volgende tien decimalen?

Weliswaar herhalen de 0'en en 1'en zich steeds, maar de decimale breuk is niet repeterend.
b Waarom niet?

30 Welke van de volgende decimale breuken zijn wel en welke zijn niet repeterend? Zeg van elke repeterende breuk wat de periode is.
1,772323232323...
1,2807777777...
1,02002000200002...
1,919291929192...
1,23400000000...
1,234223422234222234...

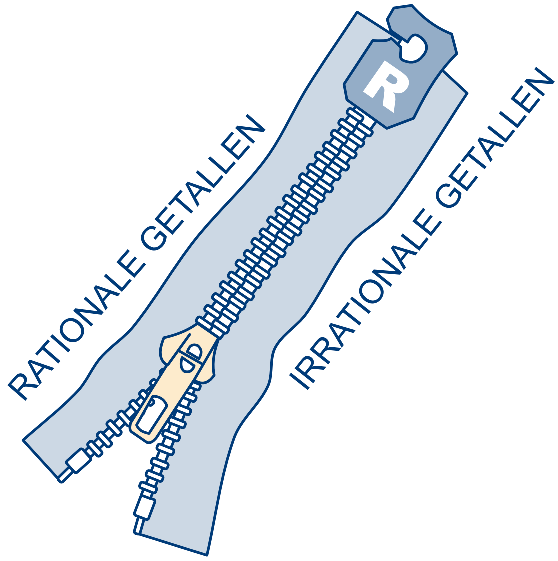
28 Van een zekere decimale breuk x is de periode 4.
Wat is dan de periode van $2x$, $2+x$, $\frac{1}{2}x$, $\frac{1}{2}+x$?

Er zijn kennelijk twee soorten decimale breuken:
- repeterende,
- niet-repeterende.

De niet-repeterende decimale breuken kunnen onmogelijk bij getallen horen die te schrijven zijn als breuk.

Conclusie
Er zijn getallen die *niet* te schrijven zijn als breuk.

Er zijn twee soorten getallen:
- die wel te schrijven zijn als breuk, de zogenaamde **rationale getallen**,
- die niet te schrijven zijn als breuk, de zogenaamde **irrationale getallen**.



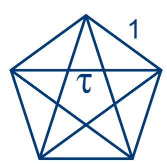
31 Welke van de volgende getallen zijn irrationaal?
a = 1,12345678910111213...
b = 1,123456789
c = 1,123456789123456789123456789...
d = 1,1234321234321234321...
e = 1,010203040506070809010011012 01...

31 0,10110111011110... en 0,12112111211112... zijn twee irrationale getallen.
a Noem een rationaal getal dat tussen deze twee in ligt.

0,111111... en 0,555555... zijn twee rationale getallen.
b Noem een irrationaal getal dat tussen deze twee in ligt.

32 Vier getallen:
a = 0,24
b = 0,24242424...
c = 0,2422442224442222...
d = 0,24244244424444...
a Welke van deze vier getallen zijn rationaal en welke irrationaal?
b Zet de vier getallen in volgorde van grootte, van klein naar groot.
c Schrijf als één decimale breuk:
$a + b$
$b - a$
$\frac{1}{2}b$
$\frac{1}{3}b$
$1 - b$

Waarschijnlijk vind je irrationale getallen maar vreemde getallen. Dat komt omdat je ze nog niet zo goed kent. Twee beroemde irrationale getallen zul je in de volgende paragraaf leren kennen: di en pi. Dat di irrationaal is, zul je in klas 3 begrijpen.
Dat het beroemde getal pi irrationaal is, kunnen we niet op de middelbare school bewijzen. Dat is in 1761 bewezen door de Duitse wiskundige Johann Lambert.
Maar er zijn nog veel meer irrationale getallen. Bijvoorbeeld het getal τ (tau). Een diagonaal van een regelmatige vijfhoek is τ keer zo lang als de zijde.
Dus: $d = \tau \cdot z$, *met* $\tau \approx 1{,}618033987$.

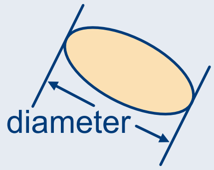


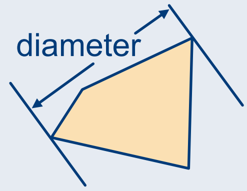
12.6 DIAMETER EN OMTREK

De **diameter** van een figuur is zijn grootste breedte.

Dat is de afstand tussen twee punten van de figuur die het verst van elkaar liggen.

Wat is de diameter van een cirkel met straal 3 cm?



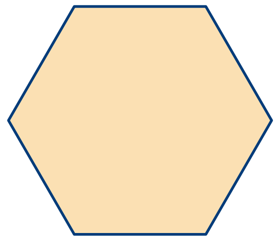


33 Van een regelmatige zeshoek noemen we de zijde z, de diameter d en de omtrek p. (We gebruiken liever niet de letter o, omdat die op de 0 lijkt.)

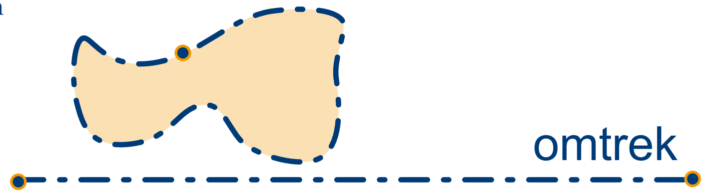
a Druk de diameter d uit in de zijde z.
Is het verband tussen d en z evenredig?
Tip: de zeshoek kun je verdelen in regelmatige driehoeken.

b Druk de omtrek p uit in de zijde z.
Is het verband tussen p en z evenredig?

c Druk de omtrek p uit in de diameter d.
Is het verband tussen p en d evenredig?



Voor de omtrek gebruikten we de letter p. Die komt van *perimeter*, het Griekse woord voor “rond meter”.
De **omtrek** van een vlakke figuur is de totale lengte van de buitenkant. Dat is de afstand die je aflegt als je over de rand rondom de figuur loopt. Het woord omtrek is waarschijnlijk bedacht door Simon Stevin.



Bij een vierkant

34 Van een vierkant noemen we de zijde z, de diameter d en de omtrek p.

a Druk de omtrek p uit in de zijde z.
Is het verband tussen p en z evenredig?

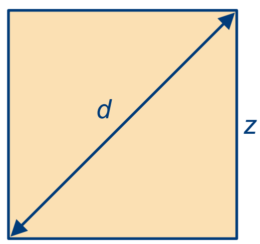
De diameter van een vierkant is zijn diagonaal. Het is niet zo eenvoudig die uit te drukken in de zijde z. Als bijvoorbeeld de zijde 3 cm is, is de diameter ongeveer 4,2 cm.

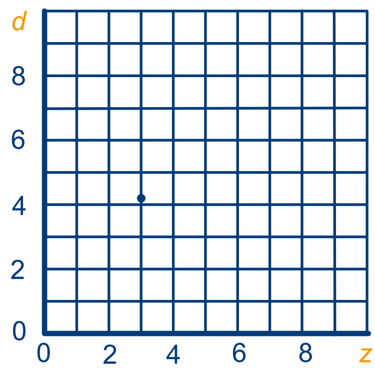
b Meet maar na in de figuur hiernaast.

We gaan een grafiek van het verband tussen diameter en zijde van een vierkant maken. Horizontaal zetten we z uit en verticaal d. Het resultaat van vraag b is al weergegeven door een stip.

c Teken een paar vierkanten en meet daarvan de zijde en de diameter. Zet je metingen overzichtelijk in een tabel en teken de grafiek van het verband tussen z en d.
Is het verband tussen z en d evenredig, denk je?

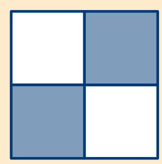
d Geef een formule voor d, uitgedrukt in z.





34 Als je de zijde van een vierkant verdubbelt, wordt de diameter ook verdubbeld.

a Leg dat uit aan de hand van de figuur hiernaast.



Als je de zijde van een vierkant 3 keer zo groot maakt, wordt de diameter ook 3 keer zo groot.

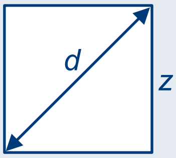
b Teken een figuur aan de hand waarvan de dit kunt uitleggen.

c Is het verband tussen zijde en diameter evenredig?

Opmerking
Op grond van metingen kun je onmogelijk een exacte formule te weten komen voor d uitgedrukt in z. Immers, tekeningen zijn niet helemaal goed, metingen zijn niet 100% goed en een liniaal is niet nauwkeurig genoeg gemaakt. Maar door nauwkeurig te werken, kom je de exacte formule wel aardig op het spoor.

Bij elk vierkant is de verhouding tussen diameter en zijde hetzelfde. De diameter is namelijk (ongeveer) 1,41 keer zo groot als de zijde.

Het verband tussen diameter en zijde is dus inderdaad evenredig: $d \approx 1{,}41\,z$.

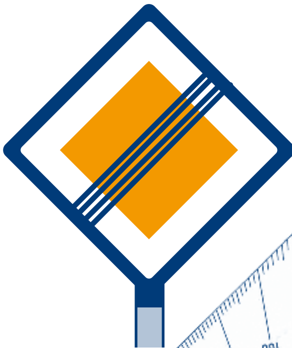


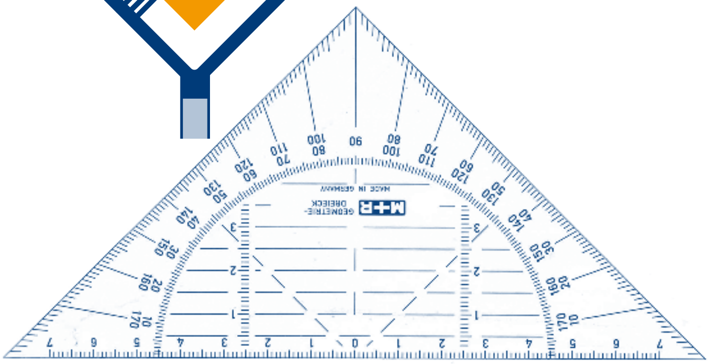
$z \rightarrow$ MAAL 1,41 $\rightarrow d$

$d \rightarrow$ DEEL DOOR 1,41 $\rightarrow z$

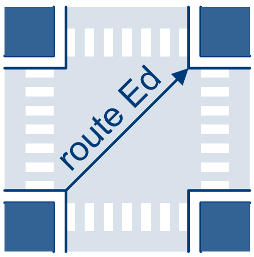
35 Een verkeersbord "einde voorrangsweg" meet 60 bij 60 cm.
a Hoeveel cm is het bord breed (van linker naar rechter punt)?

De langste zijde van een geodriehoek is 16 cm.
b Hoeveel mm zijn de andere zijden?



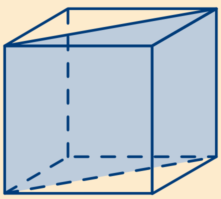


36 Twee wegen, beide 8 m breed, kruisen elkaar loodrecht. Ed maakt geen gebruik van de zebrapaden, maar steekt het kruispunt schuin over (zie plaatje). Bereken hoe lang Eds route is; afronden op dm.



37 In opgave **34** heb je gevonden: $p = 4z$. We weten nu ook dat $d \approx 1{,}41\,z$.
Welke formule geldt voor p, uitgedrukt in d?

36 In een kubus met ribbe 7 cm is een diagonaalvlak getekend.



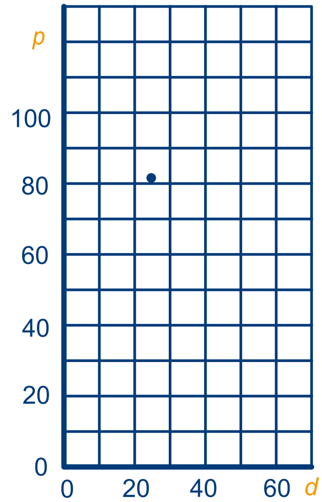
Bereken de oppervlakte van het diagonaalvlak; afronden op mm^2.

37 Van een vierkant noemen we de zijde z en de oppervlakte a. Onderzoek of het verband tussen a en z evenredig is.

Zoals gezegd is de 1,41 niet helemaal precies. Preciezer is 1,4142135623730950488016887242, maar ook dat is het nog niet helemaal. Het exacte getal komt niet mooi uit: het is een irrationaal getal. We geven het een eigen naam; we noemen dat getal "di".
di is maar een eigen verzonnen naam; hij is niet algemeen gangbaar in de wiskunde.

Bij een cirkel

38 Van een cirkel noemen we de diameter *d* en de omtrek *p*.
Het is niet zo eenvoudig *p* uit te drukken in *d*.
De diameter van een 2-euro-muntstuk is 25,75 mm, en de omtrek 80,90 mm.



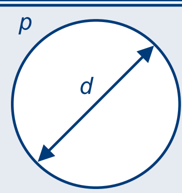
We gaan een grafiek van het verband tussen de diameter en de omtrek van een cirkel maken. Horizontaal zetten we *d* uit en verticaal *p*. De gegevens van het 2-euromuntstuk zijn al weergegeven door een stip.

a Teken een paar cirkels en meet daarvan de diameter en de omtrek. Zet je metingen overzichtelijk in een tabel en teken de grafiek van het verband tussen *d* en *p*.
Is het verband tussen *d* en *p* evenredig, denk je?

b Geef een formule voor *p*, uitgedrukt in *d*.

Bij elke cirkel is de verhouding tussen de omtrek en de diameter hetzelfde. De omtrek is namelijk (ongeveer) 3,14 keer zo groot als de diameter.

Het verband tussen omtrek en diameter is dus inderdaad evenredig: $p \approx 3{,}14\,d$.

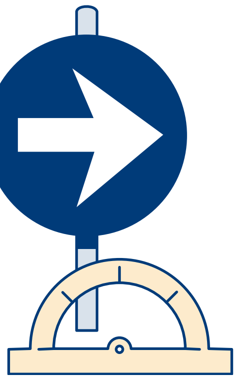


$d \rightarrow$ MAAL 3,14 $\rightarrow p$

$p \rightarrow$ DEEL DOOR 3,14 $\rightarrow d$

39 Een verkeersbord “verplichte rijrichting” heeft een diameter van 60 cm.

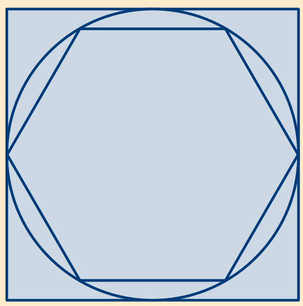
a Bereken de omtrek van het bord.



De buitenste halve cirkel van een gradenboog is 15 cm lang.

b Bereken de diameter.

39 Bekijk de figuur hieronder: binnen de cirkel is een zo groot mogelijke regelmatige zeshoek getekend en om de cirkel een zo klein mogelijk vierkant.

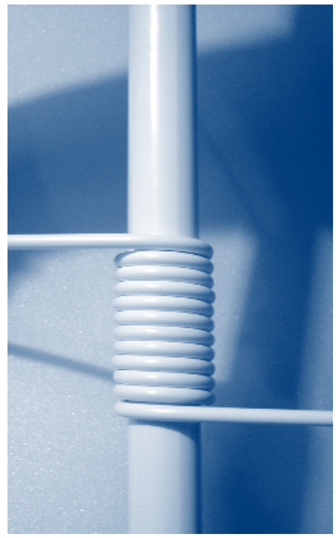


Leg uit hoe uit de figuur volgt:
• de omtrek van een cirkel is groter dan 3 keer zijn diameter,
• de omtrek van een cirkel is kleiner dan 4 keer zijn diameter.

Zoals gezegd is de 3,14 niet helemaal precies. Preciezer is 3,14159265358979323 8, maar ook dat is het nog niet helemaal. Het exacte getal komt niet mooi uit: het is een irrationaal getal. Daarom heeft het een eigen naam; het getal heet “pi”, en we schrijven π.
π is de eerste letter van het Griekse woord perimeter voor omtrek. Het symbool is in 1706 ingevoerd door de Engelse wiskundige William Jones. Deze naam is wel officieel en wordt over de hele wereld gebruikt.

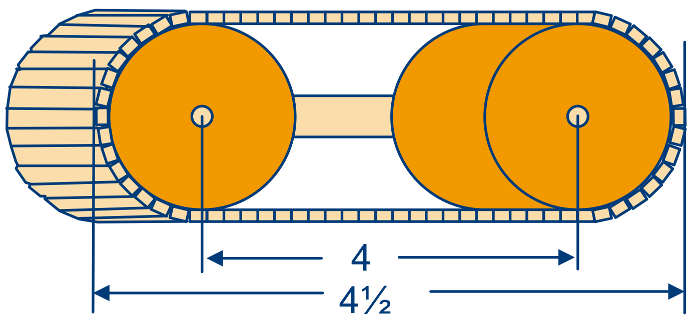
Op je rekenmachine zit een knop voor π. Gebruik die voor de volgende opgaven.

40 Van een vélocipède (rond 1880) heeft het voorwiel een diameter van 125 cm en het achterwiel een diameter van 50 cm.
a Bereken hoe vaak een spaak van het voorwiel rond gaat, als de fiets 100 meter aflegt.
b Dezelfde vraag voor het achterwiel. Afronden op een geheel aantal keren.

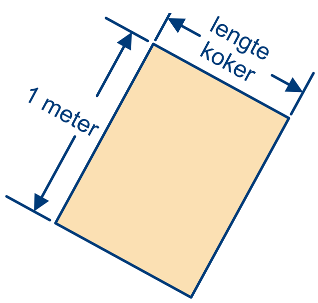


41 Een stalen veer wordt gemaakt door een ijzerdaad om een staaf te wikkelen.
Bereken hoeveel ijzerdraad er nodig is voor een veer van 17 wikkelingen en een diameter van 2 cm. Afronden op cm.

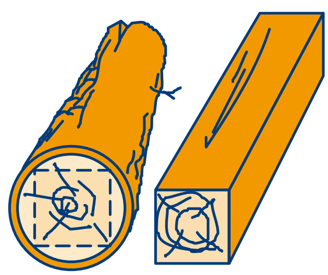
42 Een rupsband ligt om twee even grote wielen. De afstand van de assen van de wielen is 4 meter. Het geheel, van onderste tot de bovenste punt, is 4,5 meter hoog.
Bereken de lengte van de rupsband, dus helemaal rond. Afronden op dm.



43 Een fabriek maakt uit vellen karton kokers om kalenders te versturen. De kokers zijn even lang als het vel karton breed is. Er gaan precies vijf kokers uit een vel van 1 meter lengte.
Bereken de diameter van de kokers. Afronden op mm.



44 Uit een ronde boomstam wordt een zo groot mogelijke balk gezaagd met een vierkante doorsnede. Met een touw wordt de omtrek van de boomstam gemeten: 4,71 m.
Bereken de breedte van de balk (dat is dus ook de hoogte). Afronden op cm.



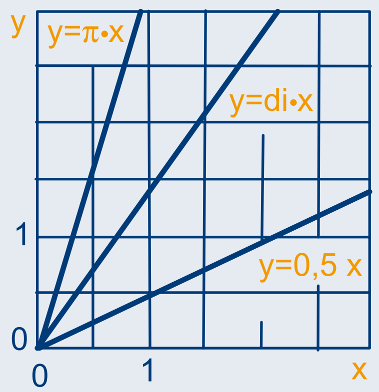
12.6 EINDPUNT

evenredige verbanden

Het verband tussen twee grootheden x en y heet **evenredig** als er een constante verhouding is tussen x en y.

Als x bijvoorbeeld 2 keer zo groot wordt, wordt y ook 2 keer zo groot.

De grafiek is dan een rechte lijn die door (0,0) gaat. Een formule is dan $y = c \cdot x$.



van breuk naar decimale breuk

Voorbeeld: we bepalen de decimale breuk van $\frac{35}{54}$.

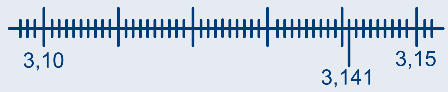
- stap1 35 = 350 tienden; dit gedeeld door 54 is 6 tienden, met rest 26 tienden. Die rest moeten we nog verder verdelen.
- stap2 26 tienden = 260 honderdsten; dit gedeeld door 54 is 4 honderdsten, met rest 44 honderdsten. Die rest moeten we verder verdelen.
- stap3 44 honderdsten = 440 duizendsten; dit gedeeld door 54 is 8 duizendsten, met rest 8 duizendsten. Die rest moeten we verder verdelen.
- stap4 8 duizendsten = 80 tienduizendsten; gedeeld door 54 is 1 tienduizendste, met rest 26 tienduizendsten. Die rest moeten we verder verdelen.
- stap5 We zitten nu in de situatie van stap 2: we moeten 260 delen door 54. Dus krijgen we weer als decimaal 4 met als rest 44.
- stap6 We zitten nu in de situatie van stap 3: we moeten 440 delen door 54. Dus krijgen we weer als decimaal 8 met als rest 8.
- Enzovoort.

Dus $\frac{35}{54}$ = 0,64814848...

decimale breuken op de getallenlijn

Voorbeeld: 3,14159 =
3 eenheden + 1 tiende + 4 honderdsten + 1 duizendste + 5 tienduizendsten + 9 honderdduizendsten

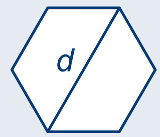
Het stuk van de getallenlijn tussen 3 en 4 moet worden verdeeld in honderdduizend gelijke stukjes om dit getal te plaatsen.



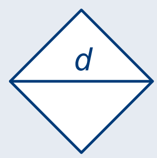
Waar ongeveer ligt 3,14159?
Welk getal ligt precies midden tussen 3,141 en 3,1415?

diameter en omtrek

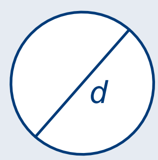
regelmatige zeshoek
De diameter (diagonaal) d, de zijde z en de omtrek p van een regelmatige zeshoek zijn evenredig.
$d = 2 \cdot z$, $p = 3 \cdot d$, $p = 6 \cdot z$.



vierkant
De diameter (diagonaal) d en de zijde z van een vierkant zijn evenredig.
$d = \text{di} \cdot z$, waarbij di ≈ 1,41.



cirkel
De omtrek p en de diameter d van een cirkel zijn evenredig.
$p = \pi \cdot d$, waarbij π ≈ 3,14.



rationaal en irrationaal

Rationale getallen zijn de getallen die je kunt schrijven als breuk. Als decimale breuk geschreven zijn ze **repeterend**: een vast groepje decimalen blijft zich herhalen.

Voorbeelden: $\frac{17}{125}$ = 0,136(00000...)
$\frac{567}{370}$ = 1,5324324324...

Deze twee decimale breuken hebben **periode** 1 en 3.

Irrationale getallen zijn de getallen die niet als breuk kunnen worden geschreven. Als decimale breuk zijn ze niet repeterend.

Voorbeelden: 0,123122312223122223122222...
di =1,4142135623730950488016887...
π = 3,1415926535897932384626 4...

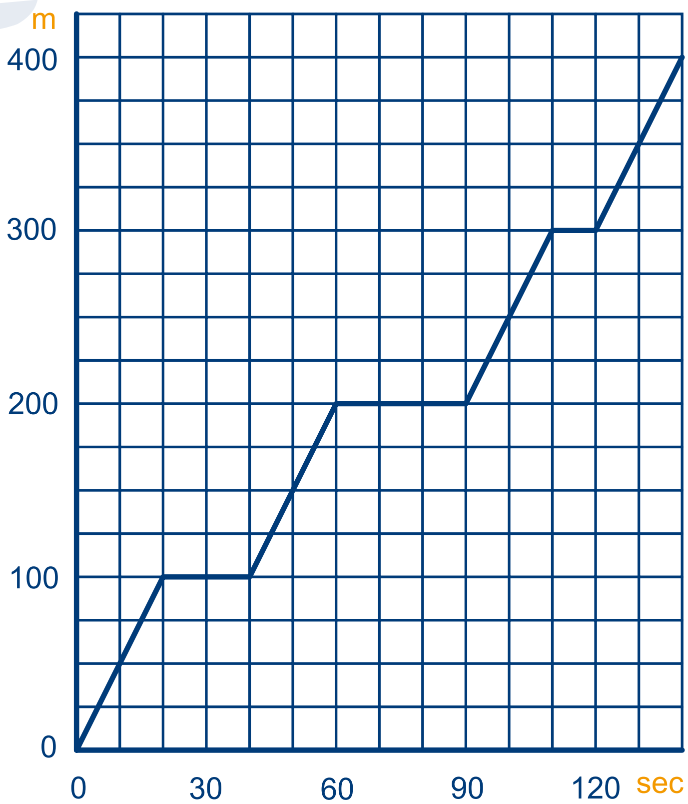
1 Ali en Ed houden een hardloopwedstrijd over een baan van 400 meter met drie hindernissen. De hindernissen staan 100, 200 en 300 meter na de start. Hiernaast staat de tijd-afstand-grafiek van Ali's race. De grafiek staat ook op het werkblad.

a Met welke snelheid loopt Ali op elk van de vier stukken (in m/s)?

b Hoeveel seconden heeft Ali in totaal nodig voor het nemen van de drie hindernissen?

Voor het nemen van een hindernis heeft Ed precies evenveel tijd nodig als Ali. Eds loopsnelheid op de vier stukken is echter verschillend. Op de eerste 100 meter is zijn snelheid 10 m/s; de tweede 100 meter loopt hij even snel als Ali; de derde 100 meter loopt hij in 25 seconden; de laatste 100 meter is hij uitgeput: 50 meter voor de finish haalt Ali hem in.

c Kleur op het werkblad de tijd-afstand-grafiek van Eds race.



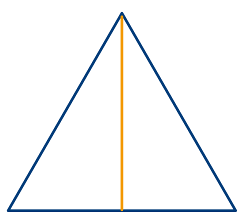
2 $a = 0{,}848$
$b = 0{,}844444...$
$c = 0{,}848484...$
$d = 0{,}844844844...$

a Teken een getallenlijn met 0,84 en 0,85 op tien cm afstand. Geef daarop de getallen a, b, c en d zo nauwkeurig mogelijk aan.

b Welke van deze vier getallen zijn irrationaal?

c Geef de 100$^{\text{ste}}$ decimaal van elk van de getallen.

3 Hiernaast staat een regelmatige driehoek met een hoogtelijn. We gaan de hoogte van de driehoek vergelijken met de zijde. De hoogte is (ongeveer) 26 mm en de zijde 30 mm.



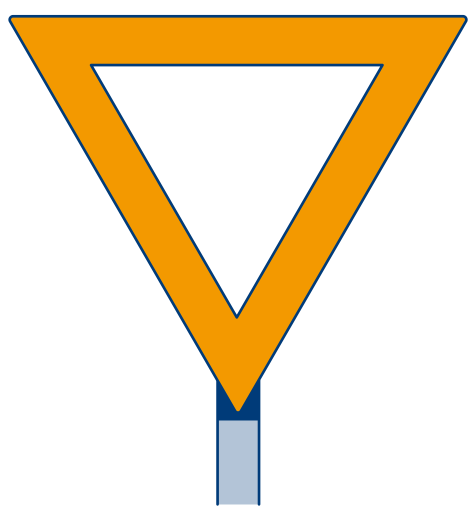
a Teken nog een paar regelmatige driehoeken; meet de zijde en de hoogte. Schrijf je metingen overzichtelijk in een tabel.

b Teken de bijbehorende grafiek. Zet de zijde horizontaal uit en de hoogte verticaal.

c Is het verband tussen de zijde z en de hoogte h van een regelmatige driehoek evenredig, denk je?

d Geef een formule voor h, uitgedrukt in z.

Een verkeersbord "nadering voorrangsweg" heeft zijden van 60 cm.



e Hoeveel mm is het bord hoog?

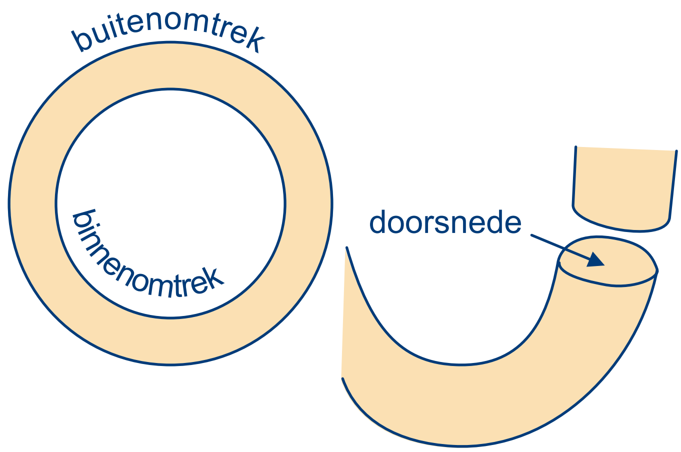
De hoogte van een regelmatige driehoek is ongeveer 0,87 keer zo groot als de zijde.
Het precieze getal is 0,86602540378... . Deze decimale breuk is niet repeterend.

f Is het een rationaal getal?

4 **a** Welke van de volgende zes getallen zijn rationaal en welke irrationaal?
12,343434343434....
12,3451234512345124345...
6,96996999699996999999...
6,969969969969969969...
0,13161923262933336394...
0,01311331113331111333 3...

b Geef van de rationale getallen hierboven de periode.

5 Een ronde rubber ring, die bij een werpspel gebruikt wordt, heeft een buitenomtrek van 78,5 cm en een binnenomtrek van 66 cm. Buiten- en binnenomtrek worden gemeten langs cirkels; zie plaatje.

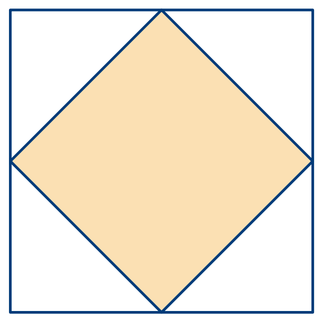


a Bereken de diameter van de buitenste en van de binnenste cirkel van de werpring. Afronden op cm.

Als je de ring doorsnijdt, krijg je een cirkel als doorsnede.

b Bereken de omtrek van die doorsnede. Afronden op cm.

6 In een vierkant zijn de middens van de zijden verbonden. Zodoende is er een kleiner vierkant in het grote vierkant ontstaan.



a Leg uit dat het grote vierkant een twee keer zo grote oppervlakte heeft als het kleine vierkant.

Van het kleine vierkant zijn de zijden 1 cm.

b Leg uit dat de zijden van het grote vierkant gelijk aan di is.

c Leg uit dat het kwadraat van di precies 2 is.

7 Hiernaast staat een tabel voor het wisselen van euro's in Zwitserse francs en Japanse yen (koersen van februari 2003).

Zwitserse francs		1	3			75
Euro's	1		2		22	
Japanse yen			126	21		

a Neem de tabel over en vul hem verder in.

Het aantal euro's noemen we e, het aantal Zwitserse francs f en het aantal yen y.

b Zijn e, f en y evenredig met elkaar?
c Druk e uit in f en in y.
d Druk f uit in e en in y.
e Druk y uit in f en in e.

8 **a** Bereken zonder rekenmachine de decimale breuken van $\frac{157}{50}$, $\frac{22}{7}$ en $3\frac{14}{99}$. Schrijf ook je berekening op.

De decimale breuken in onderdeel a verschillen niet zo veel. Het zijn alle drie redelijke benaderingen voor π. Terwijl π niet als breuk kan worden geschreven, zijn er wel breuken die dicht bij π liggen.

b Kun je een breuk vinden die nog dichter bij π ligt dan de drie breuken uit onderdeel a?

9 **a** Van welke breuk is 0,123 de decimale schrijfwijze?

b Geef nog twee breuken waarvan de decimale schrijfwijze begint met 0,123...

c Is er ook een breuk met noemer 500 waarvan de decimale schrijfwijze begint met 0,123?

10 Anneke gaat als vakantiewerk kersen plukken. Ze kan bij twee boeren terecht: bij boer Struiken en bij boer Van den Boom. Bij Struiken verdient Anneke € 25,- per dag plus voor elke geplukte kilo kersen € 2,-. Van den Boom betaalt alleen voor de geplukte kersen: € 2,50 per kilo.

a Teken de grafiek waarin Anneke haar loon kan aflezen als ze bij Struiken gaat werken. Zet het aantal kilo kersen dat Anneke op een dag plukt horizontaal uit, en het loon (in euro's) verticaal.

b Teken in dezelfde figuur de grafiek als ze bij Van den Boom gaat werken.

Anneke is een harde werkster. Ze zal veel kersen plukken.

c Bij wie kan ze het beste aan de slag gaan?

Het aantal kilo kersen dat Anneke op een dag plukt noemen we x. Haar loon bij Struiken noemen we s en bij Van den Boom b (beide in euro's per dag).

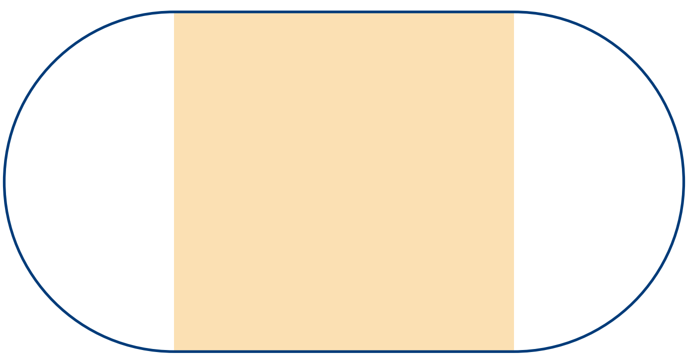
d Geef formules voor s en b, uitgedrukt in x.

e Zijn s en x evenredig? En b en x?

Bij een zeker aantal kilo kersen die Anneke per dag plukt maakt het niet uit bij welke boer ze gaat werken.

f Welk aantal kilo's is dat?

11 Door op een vierkant aan weerszijden een halve cirkel te zetten, krijg je een ovaal. Een atletiek- of schaatsbaan heeft vaak zo'n vorm.
Wat zijn de zijden van het vierkant, als de baan 400 meter lang is?



3,
1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170
6798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493
0381964428810975665933446128475648233786783165271201909145648566923460348610454326648213393607260
2491412737245870066063155881748815209209628292540917153643678925903600113305305488204665213841469
5194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272489122
7938183011949129833673362440656643086021394946395224737190702179860943702770539217176293176752384
6748184676694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249534301465495853
7105079227968925892354201995611212902196086403441815981362977477130996051870721134999999837297804
9951059731732816096318595024459455346908302642522308253344685035261931188171010003137838752886587
5332083814206171776691473035982534904287554687311595628638823537875937519577818577805321712268066
1300192787661119590921642019893809525720106548586327886593615338182796823030195203530185296899577
3622599413891249721775283479131515574857242454150695950829533116861727855889075098381754637464939
3192550604009277016711390098488240128583616035637076601047101819429555961989467678374494482553797
7472684710404753464620804668425906949129331367702898915210475216205696602405803815019351125338243
0035587640247496473263914199272604269922796782354781636009341721641219924586315030286182974555706
7498385054945885869269956909272107975093029553211653449872027559602364806654991198818347977535663
6980742654252786255181841757467289097777279380008164706001614524919217321721477235014144197356854
8161361157352552133475741849468438523323907394143334547762416862518983569485562099219222184272550
2542568876717904946016534668049886272327917860857843838279679766814541009538837863609506800642251
2520511739298489608412848862694560424196528502221066118630674427862203919494504712371378696095636
4371917287467764657573962413890865832645995813390478027590099465764078951269468398352595709825822
6205224894077267194782684826014769909026401363944374553050682034962524517493996514314298091906592
5093722169646151570985838741059788595977297549893016175392846813826868386894277415599185592524595
3959431049972524680845987273644695848653836736222626099124608051243884390451244136549762780797715
6914359977001296160894416948685558484063534220722258284886481584560285060168427394522674676788952
5213852254995466672782398645659611635488623057745649803559363456817432411251507606947945109659609
4025228879710893145669136867228748940560101503308617928680920874760917824938589009714909675985261
3655497818931297848216829989487226588048575640142704775551323796414515237462343645428584447952658
6782105114135473573952311342716610213596953623144295248493718711014576540359027993440374200731057
8539062198387447808478489683321445713868751943506430218453191048481005370614680674919278191197939
9520614196634287544406437451237181921799983910159195618146751426912397489409071864942319615679452
0809514655022523160388193014209376213785595663893778708303906979207734672218256259966150142150306
8038447734549202605414665925201497442850732518666002132434088190710486331734649651453905796268561
0055081066587969981635747363840525714591028970641401109712062804390397595156771577004203378699360
0723055876317635942187312514712053292819182618612586732157919841484882916447060957527069572209175
6711672291098169091528017350671274858322287183520935396572512108357915136988209144421006751033467
1103141267111369908658516398315019701651511685171437657618351556508849099898599823873455283316355
0764791853589322618548963213293308985706420467525907091548141654985946163718027098199430992448895
7571282890592323326097299712084433573265489382391193259746366730583604142813883032038249037589852
4374417029132765618093773444030707469211201913020330380197621101100449293215160842444859637669838
9522868478312355265821314495768572624334418930396864262434107732269780280731891544110104468232527
1620105265227211166039666557309254711055785376346682065310989652691862056476931257058635662018558
1007293606598764861179104533488503461136576867532494416680396265797877185560845529654126654085306
1434443185867697514566140680070023787765913440171274947042056223053899456131407112700040785473326
9939081454664645880797270826683063432858785698305235808933065757406795457163775254202114955761581
4002501262285941302164715509792592309907965473761255176567513575178296664547791745011299614890304
6399471329621073404375189573596145890193897131117904297828564750320319869151402870808599048010941
2147221317947647772622414254854540332157185306142288137585043063321751829798662237172159160771669
2547487389866549494501146540628433663937900397692656721463853067360965712091807638327166416274888
8007869256029022847210403172118608204190004229661711963779213375751149595015660496318629472654736
4252308177036751590673502350728354056704038674351362222477158915049530984448933309634087807693259
9397805419341447377441842631298608099888687413260472156951623965864573021631598193195167353812974
1677294786724229246543668009806769282382806899640048243540370141631496589794092432378969070697794
2236250822168895738379862300159377647165122893578601588161755782973523344604281512627203734314653
1977774160319906655418763979293344195215413418994854447345673831624993419131814809277771038638773
4317720754565453220777092120190516609628049092636019759882816133231666365286193266863360627356763
0354477628035045077723554710585954870279081435624014517180624643626794561275318134078330336254232
7839449753824372058353114771199260638133467768796959703098339130771098704085913374641442822772634
6594704745878477872019277152807317679077071572134447306057007334924369311383504931631284042512192
5651798069411352801314701304781643788518529092854520116583934196562134914341595625865865570552690
4965209858033850722426482939728584783163057777560688876446248246857926039535277348030480290058760
7582510474709164396136267604492562742042083208566119062545433721315359584506877246029016187667952
4061634252257719542916299193064553779914037340432875262888963995879475729174642635745525407909145
1357111369410911939325191076020825202618798531887705842972591677813149699009019211697173727847684
7268608490033770242429165130050051683233643503895170298939223345172201381280696501178440874519601
2122859937162313017114448464090389064495444006198690754851602632750529834918740786680881833851022
8334508504860825039302133219715518430635455007668282949304137765527939751754613953984683393638304
7461199665385815384205685338621867252334028308711232827