

10. AFSTANDEN

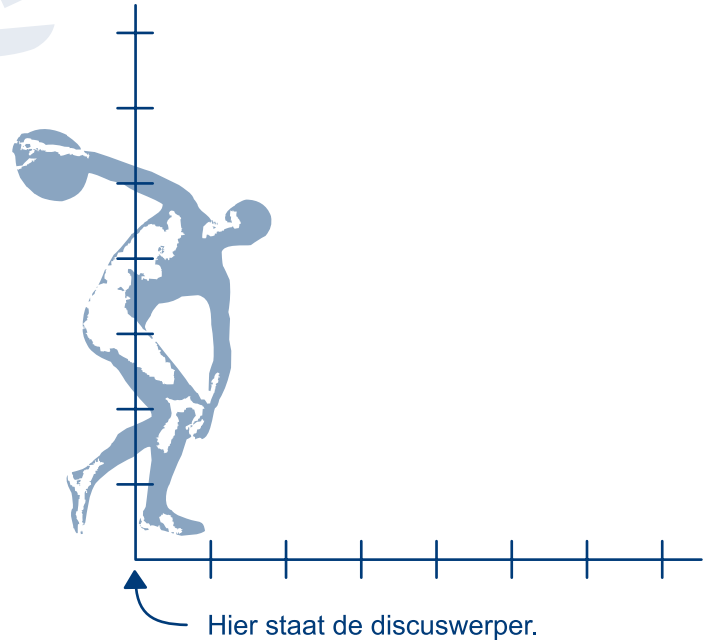


10.0 INTRO

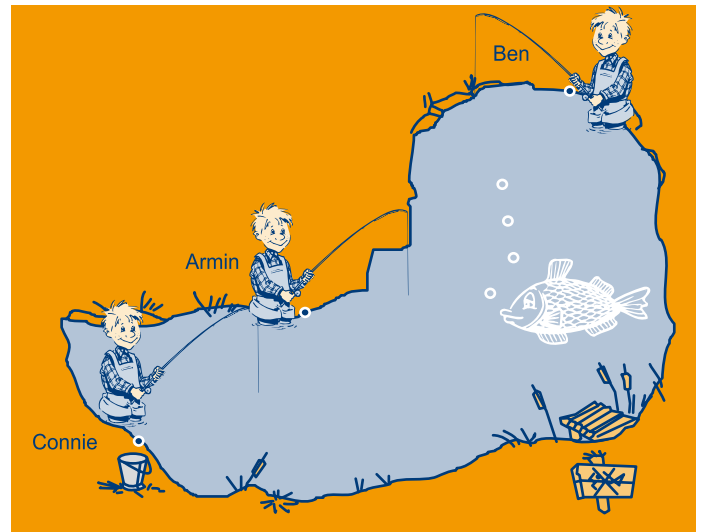
Gebieden en afstanden



- 1 Hiernaast zie je (van bovenaf gezien) het gebied waarbinnen een discuswerper zijn schijf moet gooien. De schaal is 1:1000.
- a Hoeveel meter is 1 cm op de kaart?
 - b Kleur op het werkblad de plaatsen, waar de discus van Erik terecht kan zijn gekomen.
- Tijdens de Olympische spelen van Tokio (1964) gooiden alle dames in de finale de discus tussen de 50 en 58 meter.
- c Kleur het gebied waarbinnen alle finalisten hebben geworpen.

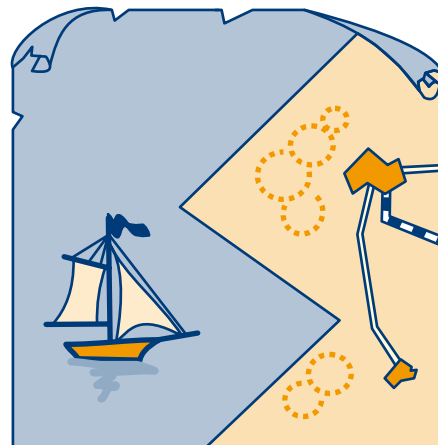


- 2 Armin, Ben en Connie zijn aan het vissen. Je ziet hier een tekening van de situatie. De schaal van de tekening is 1:1000. De stippen geven de precieze plaats waar ze zitten. Armin kan met zijn werphengel zijn vishaak 35 meter ver gooien, Ben 25 meter en Connie 40 meter. Kleur het gebied waar de vissen veilig zijn voor de drie vissers.



- 3 De grens van een land wordt vaak gevormd door een rivier, een kust of een bergketen. Natuurlijke grenzen noemen we dat. Dit soort grenzen was vroeger tijdens een oorlog gemakkelijker te verdedigen. Rond 1700 gebruikte men bij de Europese kusten vaak de kanonschot-regel om de grens vast te stellen.
- De grens ligt zover uit de kust als een kanon schiet.* Die afstand was ongeveer drie mijl. Hieruit ontstond later de driemijlsgrens.
- Hiernaast zie je een deel van een kustlijn.

Teken de driemijlsgrens op het werkblad. Let op: dat gaat bij de inspringende hoek heel anders dan bij de scherpe hoek.



0 1 2 3 4 mijl

10.1 LIJN, LIJNSTUK EN HALVE LIJN

- 4 a Teken een lijn, kies hierop twee punten, noem het ene punt A en het andere B .
Kleur de punten A en B en het deel van de lijn dat tussen deze twee punten in ligt.

Het stuk van de lijn dat gekleurd is, heet **lijnstuk AB** .

A en B noemen we de **grenspunten** van dat lijnstuk.

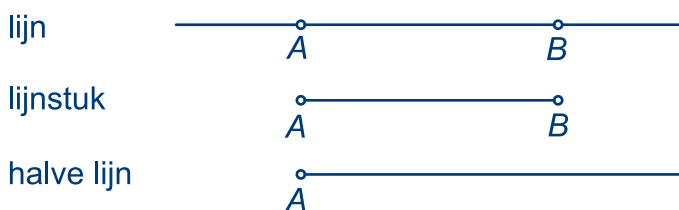
- b Teken door A een andere lijn dan die uit a. Het punt A verdeelt de lijn in twee stukken.
Kleur het punt A en één van de stukken.

Wat je in b gekleurd hebt, noemen we: **een halve lijn met grenspunt A** .

Een **lijn** heeft geen grenspunten, en loopt dus links van A en rechts van B gewoon door.

Een **lijnstuk** heeft twee grenspunten. A en B en de punten tussen A en B behoren tot het lijnstuk AB .

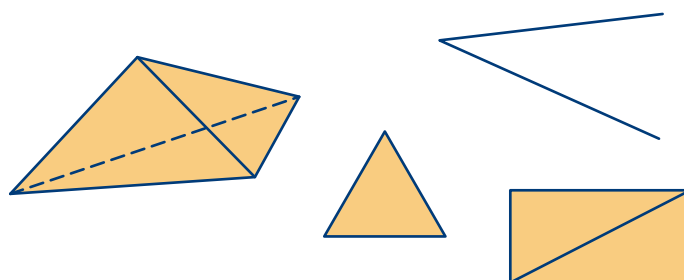
Een **halve lijn** heeft één grenspunt, en loopt dus aan één kant van het grenspunt onbeperkt door.



- 5 Hiernaast is een driezijdige piramide, een driehoek, een hoek en een rechthoek getekend.
Vul telkens het passende woord (lijn, lijnstuk of halve lijn) in.

- a Een zijde van een driehoek is een ____ .
b Een ribbe van een piramide is een ____ .
c Een been van een hoek is een ____ .
d Een diagonaal van een rechthoek is een ____ .

- 6 a Teken met potlood een lijn en kies op die lijn twee punten. Noem die C en D .
b Kleur (rood) de halve lijn met grenspunt C die door D gaat.
c Kleur (blauw) de halve lijn met grenspunt D die door C gaat.
d Hoe noem je het gedeelte van de lijn dat zowel rood als blauw gekleurd is?
e Hoe dik moet lijnstuk CD eigenlijk getekend worden volgens jou? En hoeveel punten liggen er, denk je, op het lijnstuk CD ?



Een lijnstuk is opgebouwd uit oneindig veel punten. Punten hebben geen dikte. Het lijnstuk zelf is oneindig dun. Het heeft ook geen dikte.

Afspraak

Lijnen en halve lijnen geven we aan met een kleine letter, bijvoorbeeld k , a of m .

Punten geven we aan met hoofdletters, bijvoorbeeld A , B of L .

Het lijnstuk met grenspunten A en B geven we aan met lijnstuk AB (hoofdletters).

10.2 LOODLIJN EN MIDDELLOODLIJN

 7 Op lijn m hiernaast zijn drie punten getekend. Die heten K , L en M . Het punt P ligt niet op m .

Van de punten K , L en M op m , ligt M het dichtst bij P . Maar er zijn punten op m die nog dichterbij P liggen.

a Teken het punt op m dat het dichtst bij P ligt.

Noem dit punt Q .

b Hoe groot zijn de hoeken die lijnstuk PQ met de lijn m maakt?

Lijn PQ noemen we de **loodlijn** vanuit P op lijn m . Lijnstuk PQ is de kortste verbinding tussen punt P en lijn m .



Afspraak

Met de **afstand** bedoelen we de lengte van het kortste verbindingslijnstuk.

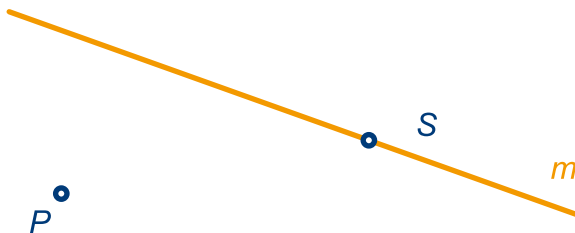
De afstand van lijn m en een punt P buiten lijn m is de lengte van lijnstuk PQ , waarbij Q op m ligt zó dat lijn PQ loodrecht op m staat.

Loodlijnen kun je handig tekenen met je geodriehoek. Hiernaast zie je hoe je door A een loodlijn op k tekent met de geodriehoek.

Je kunt dat ook in applet 10.1 - Loodlijn bekijken.



8 a Teken de loodlijn vanuit P op m met behulp van je geodriehoek.

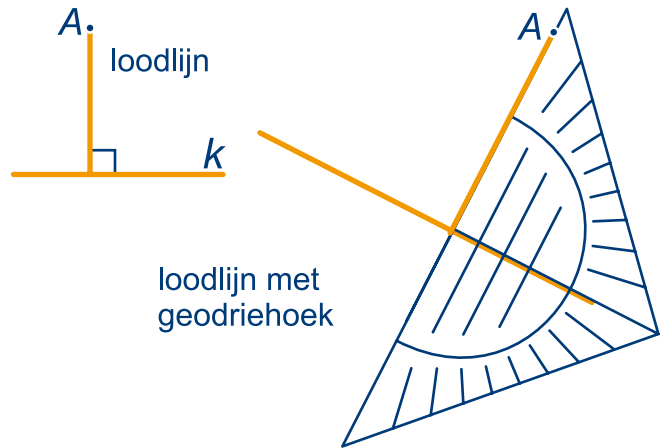


b Schrijf in de tekening hoeveel mm de afstand van P tot m is.

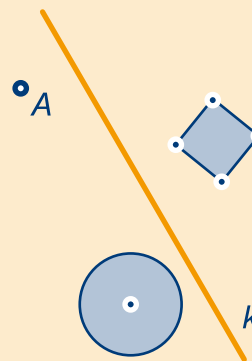
Van het punt Q is het volgende bekend.

De loodlijn vanuit Q op m gaat door S . De afstand van Q tot m is 27 mm.

c Geef met een stip de plaats aan waar Q kan liggen. Er zijn twee mogelijkheden.



8 In het plaatje zie je lijn k , punt A , een vierkant en een cirkel.



Teken er nog een punt, een vierkant en een cirkel bij, zo dat het een symmetrisch plaatje wordt met lijn k als symmetrie-as.

Je hebt nu punt A , het vierkant en de cirkel gespiegeld in lijn k . Als je het papier zou dubbelvouwen in de lijn k , komen er twee helften van de tekening precies op elkaar.

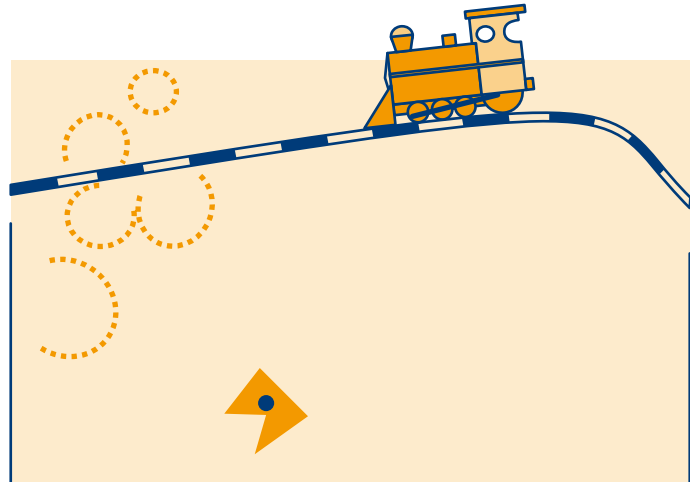




- 9 Op het kaartje hiernaast staan een spoorlijn en een dorp.
Aan de spoorlijn moet een station voor het dorp komen.
- a Geef de plek op de spoorlijn aan die het dichtst bij het dorp ligt.

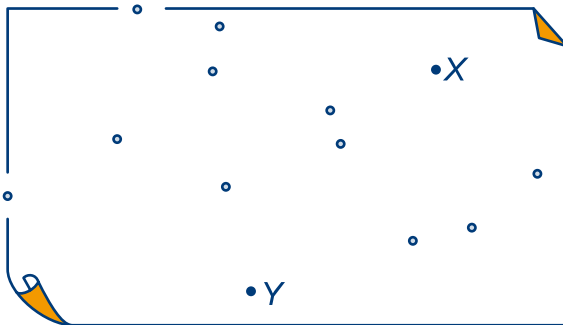
De schaal van het kaartje is 1 : 150 000,

- b Hoe groot is de afstand (hemelsbreed) van het dorp tot de spoorlijn?



- 10 In het kaartje zijn behalve X en Y nog elf punten aangegeven.

- a Kleur de punten die dichterbij X dan bij Y liggen.

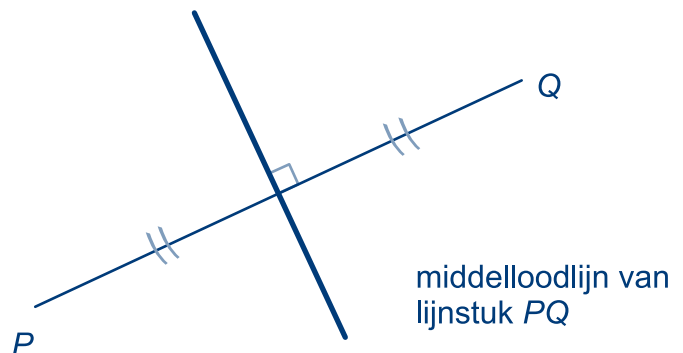


- b Geef de punten die even ver van X als van Y af liggen een andere kleur.
- c Teken nog vijf punten die even ver van X als van Y af liggen.

Alle punten die even ver X als van Y liggen, vormen een rechte lijn. Deze lijn noemen we de **middelloodlijn** van X en Y .



De **middelloodlijn** van P en Q gaat door het midden van lijnstuk PQ en staat loodrecht op lijnstuk PQ .
Alle punten van de middelloodlijn liggen even ver van P als van Q .
De punten die aan dezelfde kant van de middelloodlijn liggen als P liggen dichterbij P dan bij Q .
De punten die aan dezelfde kant van de middelloodlijn liggen als Q liggen dichterbij Q dan bij P .

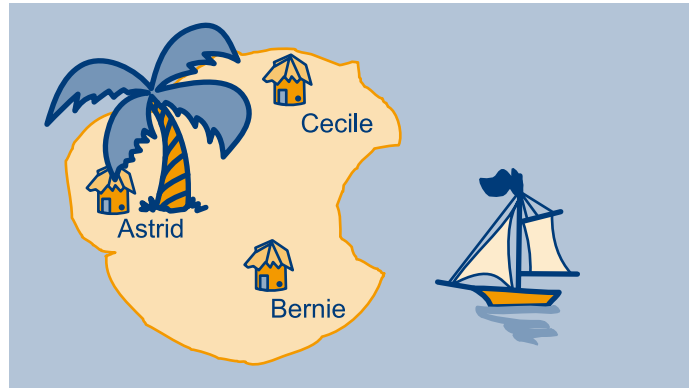


- d Teken de middelloodlijn van X en Y .

10.2 LOODLIJN EN MIDDELLOODLIJN



- 11** Astrid, Bernie en Cecile wonen op een eiland. Ze besluiten het eiland te verdelen. Astrid krijgt alles wat dichterbij haar huisje ligt dan bij de huisjes van Bernie en Cecile. Hetzelfde geldt voor de andere meisjes. Kleur het gebied van Astrid rood, van Bernie groen en van Cecile geel.



- 12** Monique is ongemerkt ver in zee terecht gekomen. Ze wil nu de kortste weg terug naar het strand. Zie het plaatje hieronder. De schaal van het plaatje is 1 : 4000.



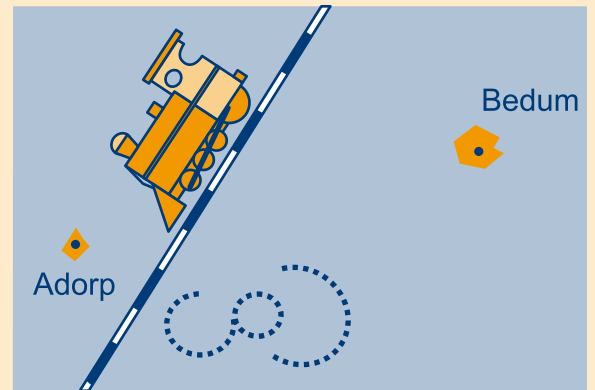
- Teken de lijn waarlangs Monique moet zwemmen.
- Bepaal hoeveel meter ze moet zwemmen. Schrijf je berekening op.

In plaats van naar het strand zou ze ook naar de pier kunnen zwemmen.

- Ga na welke weg voor Monique het kortste is. Licht je antwoord toe.
- 13 a** Teken twee punten A en B op 5 cm afstand van elkaar. Teken ook de middelloodlijn van A en B .
- Teken de twee punten op de middelloodlijn, die op een afstand van 1 cm van lijnstuk AB liggen.
- Je hebt nu vier punten. Die zijn hoekpunten van een bijzondere vierhoek.
- Hoe noem je zo'n vierhoek?
Je kunt nog een bijzondere vierhoek vinden, door op de middelloodlijn van AB één punt te kiezen op een afstand van 2 cm van AB en het andere punt op een afstand van 3 cm van AB .
 - Welk soort bijzondere vierhoek krijg je dan?



- 12** Adorp en Bedum liggen aan weerszijden van een spoorlijn. Er moet een station gebouwd worden dat even ver van Adorp als van Bedum ligt.



Teken het punt op de spoorlijn dat even ver van Adorp als van Bedum ligt.

- Welke vierhoeken hebben de eigenschap dat één van de diagonalen middelloodlijn van twee hoekpunten is?
- Welke vierhoeken hebben de eigenschap dat beide diagonalen middelloodlijn zijn van twee hoekpunten?



10.3 DEELLIJN VAN EEN HOEK

- 14 a Teken op een blad een hoek van 124° . Noem het hoekpunt A .
 b Vouw het blad zó, dat de benen van de hoek precies op elkaar komen.

De vouwlijn verdeelt de hoek in twee stukken.

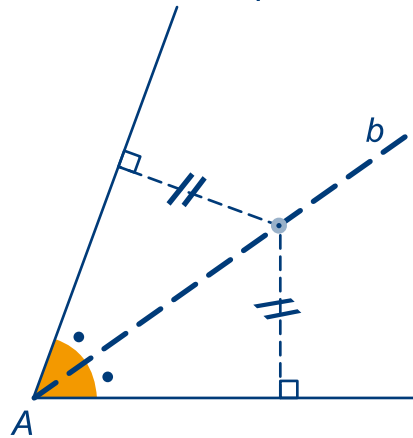
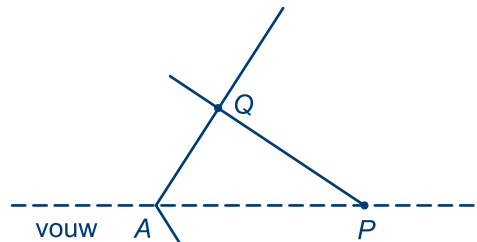
- c Hoe groot is elk van de stukken?

We noemen de vouwlijn **deellijn** van hoek A .

- d Neem een punt P op de vouwlijn en teken op één van de benen het punt Q , zo dicht mogelijk bij P .
 e Vouw je blaadje weer dicht. Zet je passerpunt in Q en druk even door. Je hebt nu een punt gevonden op het andere been, noem dit R .

Omdat hoek AQP recht is, is hoek ARP dat ook. Omdat PQ en PR op elkaar komen is de afstand van P tot het ene been van de hoek even groot als de afstand van P tot het andere been. Omgekeerd ligt een punt dat even ver van de benen van hoek A afligt op de deellijn van hoek A .

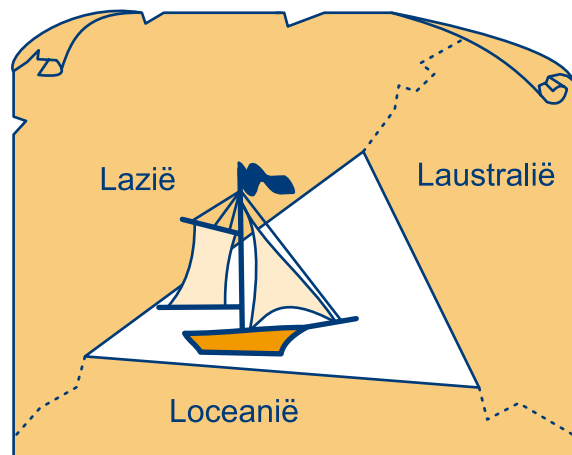
- f Plak het blaadje in je schrift.



De **deellijn** van een hoek (ook wel **bissectrice** genoemd), verdeelt die hoek in twee gelijke delen. Alle punten op de deellijn liggen even ver van beide benen.

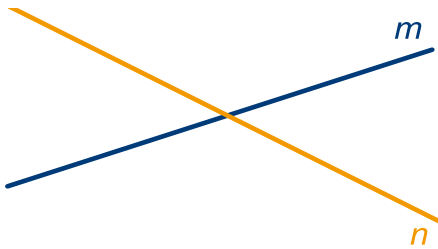
- 15 Soms kun je het papier waarop een hoek getekend is, niet vouwen. Het is dan handig als je de deellijn dan ook op een andere manier kunt tekenen.
 a Teken een hoek van 80° .
 b Teken de deellijn van de hoek met behulp van je geodriehoek. Bedenk dat je hoek A in twee hoeken van 40° moet verdelen.

- 16 Een driehoekige binnensee wordt omringd door drie landen. Er blijkt een groot aardgasveld in deze zee te liggen. Elk land wil een deel van die zee in zijn bezit krijgen. Afgesproken wordt dat elk land dat deel van de zee krijgt dat het dichtste bij zijn land ligt.
 a Verdeel de zee over de drie landen zoals afgesproken is.
 b Krijgt elk land evenveel denk je?



10.3 DEELLIJN VAN EEN HOEK

17



- a** Teken op een blaadje twee lijnen n en m zoals hierboven.
b Vouw het blaadje dubbel zodat lijn n op lijn m komt te liggen. Doe dat op twee manieren. Kleur de vouwlijnen groen.

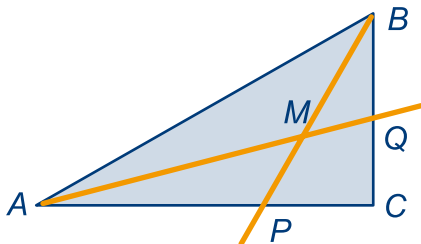
De punten op de twee vouwlijnen liggen even ver van n als van m .

- c** Hoe groot zijn de vier hoeken die de twee groene lijnen met elkaar maken, denk je?
d Plak het blaadje in je schrift.
- 18 a** Teken een hoek P van 68° , maak de benen van de hoek minstens 5 cm lang.
b Teken een cirkel met middelpunt P en een straal van 3 cm. Noem de snijpunten met de benen van de hoek Q en R .
c Teken de cirkel met middelpunt Q en straal 5 cm. Teken ook de cirkel met middelpunt R en straal 5 cm.

Deze laatste twee cirkels snijden elkaar in twee punten. Noem het snijpunt dat het verst van P af ligt S .

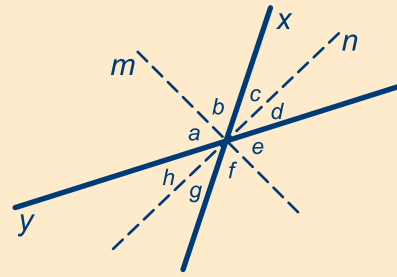
- d** Welke bijzondere vierhoek is $PQSR$?
e Hoe noemen we de lijn PS ?

- 19** Hieronder is driehoek ABC getekend. Verder is vanuit hoekpunt A en B een deellijn getekend. Gegeven is dat hoek $BAC = 30^\circ$ en hoek C is recht.



- a** Bereken hoe groot hoek AMB en hoek CQA is.
b Bereken hoe groot hoek APM is.

17



In het plaatje hierboven zijn m en n de deellijnen van de hoeken tussen de lijnen x en y . Het lijkt alsof de gestippelde lijnen loodrecht op elkaar staan.

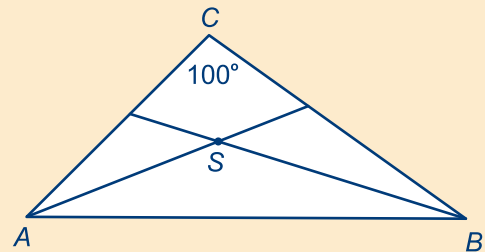
Dit kunnen we beredeneren.

- a** Leg uit dat de vier hoeken a , b , e en f allemaal even groot zijn.

De vier hoeken c , d , g en h zijn ook allemaal even groot.

- b** Hoe volgt hieruit dat bijvoorbeeld a en h samen 90° zijn (en m en n dus loodrecht op elkaar staan)?

- 18** In driehoek ABC is $\angle C = 100^\circ$. De deellijnen van hoek A en hoek B snijden elkaar in S .




- a** Bereken hoe groot $\angle ASB$ is, als $\angle CAB = 60^\circ$.
b Bereken hoe groot $\angle ASB$ is, als $\angle CAB = 70^\circ$.

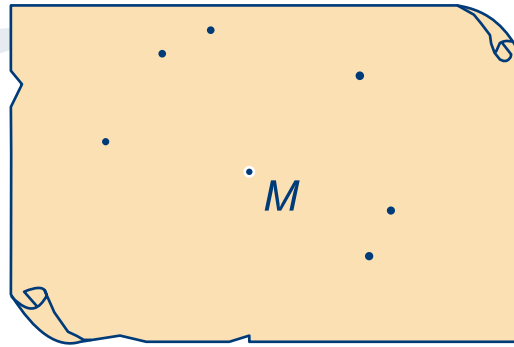
De grootte van $\angle ASB$, hangt niet af van de grootte van $\angle CAB$.


- c** Laat dat zien.



10.4 EVEN VER, DICHTERBIJ, VERDERWEG

-  **20** Hiernaast zijn zes punten getekend die 2 cm van punt M af liggen.
- Teken zelf nog zes andere punten, die ook 2 cm van M af liggen.
 - Kleur alle punten die precies 2 cm van M af liggen.
 - Kleur in een andere kleur alle punten die minder dan 2 cm van M afliggen.
 - Wat weet je van alle punten die nog niet gekleurd zijn?




 Een **cirkel** bestaat uit alle punten, die even ver van een gegeven punt liggen. Dat punt noemen we het **mid-delpunt** van de cirkel. De afstand van elk punt van de cirkel tot het middelpunt noemen we de **straal** van de cirkel.

- 21 a** Teken lijnstuk PQ met een lengte van 4 cm. Zoek de twee punten A en B , die precies 2 cm van P én 3 cm van Q af liggen, gebruik je passer en je geodriehoek.
- b** Hoeveel punten zijn er die precies 1 cm van P én 3 cm van Q af liggen?
- c** Hoeveel punten zijn er die precies 6 cm van P én 2 cm van Q liggen?
- 22 a** Teken lijnstuk AB met een lengte van 4 cm.
- b** Kleur alle punten, die minder dan 1 cm van lijnstuk AB afliggen.

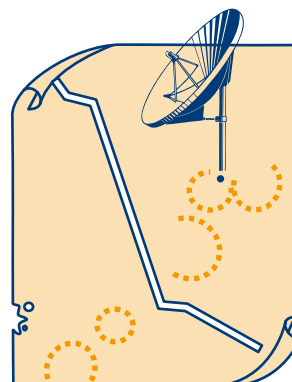
De punten, die precies 1 cm van lijnstuk AB afliggen, moeten dus niet gekleurd worden! Om dat aan te geven wordt de grens tussen het gekleurde en het niet gekleurde gebied gestippeld.

- c** Teken een halve lijn met grenspunt R . Kleur alle punten die hoogstens 1 cm van de halve lijn met grenspunt R af liggen.

-  **23** Op het kaartje zie je een autoweg en de plaats waar een radiozender staat. De reikwijdte van die zender is 75 km. Een automobilist rijdt op de weg.
- a** Kleur het gedeelte van de weg, waar hij de zender kan ontvangen.


Er is een punt van de weg waar de ontvangst het duidelijkst is.

- b** Schrijf bij dat punt de letter M .



schaal 1 : 3 000 000

10.4 EVEN VER, DICHTERBIJ, VERDERWEG

-  **24** Een aannemer is een schuur aan het bouwen. Hij gebruikt daarbij een bouwkraan. De plaats waar de kraan staat is op de plattegrond aangegeven met de letter K . Die kraan kan draaien om zijn verticale as. Elk punt dat meer dan 5 en minder dan 15 meter van die as verwijderd is, kan met de kraan bereikt worden.

- a** Kleur het deel van de schuur dat met de kraan bereikt kan worden.

Als je de kraan ergens anders neerzet, kun je een groter deel van de schuur bereiken.

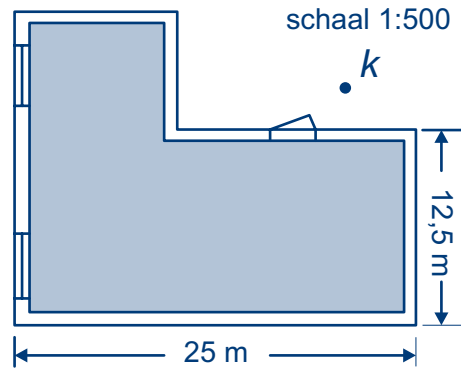
- b** Geef de plaats op de plattegrond aan waar jij de kraan neer zou zetten.
Kleur het gedeelte dat nu bereikt kan worden.


- 25** Pieter woont minder dan 10 km van Appeldorn, maar meer dan 15 km van Barnheim. De afstand Appeldorn-Barnheim is 20 km. Er loopt een kaarsrechte weg van Appeldorn naar Barnheim.

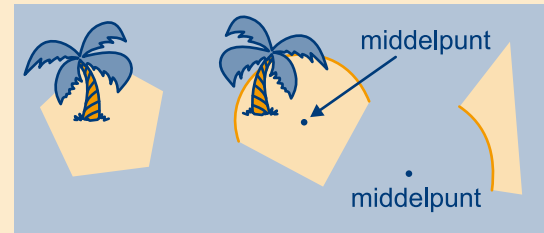
- a** Teken een lijnstuk AB van 4 cm.

Lijnstuk AB stelt de weg van A (ppeldorn) naar B (arnheim) voor.


- b** Wat is de schaal van het kaartje?
c Kleur het gebied waar Pieter kan wonen, let op de randen.
d Kleur het gebied waar Pieter kan wonen als je ook nog weet dat hij meer dan 5 km van de weg van Appeldorn naar Barnheim woont.



-  **25** In het plaatje zijn drie 'meetkundige eilanden' getekend. De grenzen zijn lijnstukken en cirkelbogen.



Teken bij elk van de drie eilanden het deel van de zee dat in het plaatje minder dan 1 cm van het eiland ligt. De punten, die precies 1 cm van de grens afliggen, moeten dus niet gekleurd worden! Om dat aan te geven wordt de grens tussen het gekleurde en het niet gekleurde gebied gestippeld.

-  **26** Hiernaast is een eiland getekend. De kust bestaat uit een deel van een cirkel met middelpunt M en twee lijnstukken MA en MB , waarbij A en B op de cirkel liggen. $MA = 50$ meter. Egon gaat vissen. Zijn hengel heeft een bereik van 10 meter.

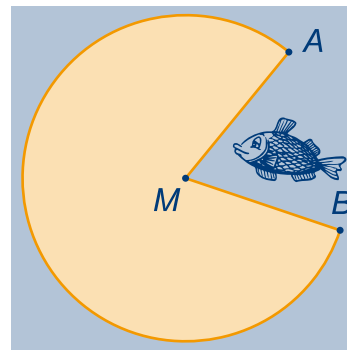
- a** Kleur het gebied dat Egon met zijn hengel kan bereiken.

Als je goed getekend hebt, bestaat de grens van het gebied uit twee lijnstukken en drie cirkelbogen.

- b** Geef precies de plaatsen aan waar de overgang tussen de verschillende stukken grens zitten.

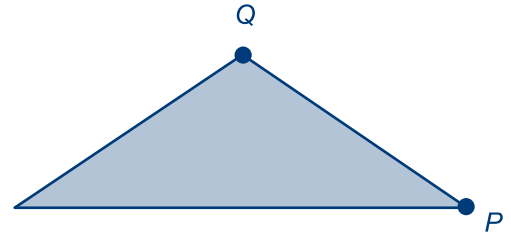
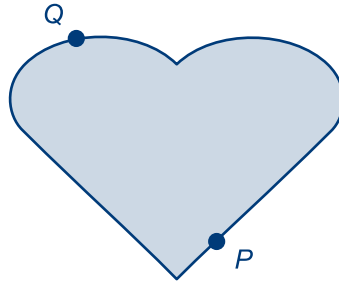
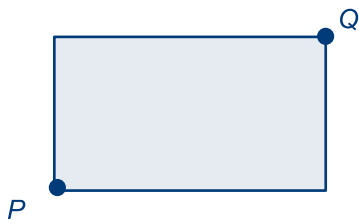
Er is één punt op de grens dat even ver van kustlijn MA ligt als van kustlijn MB . Dat punt noemen we X .

- c** Wat gebeurt er met X als de lengte van de hengel van Egon korter of langer wordt?

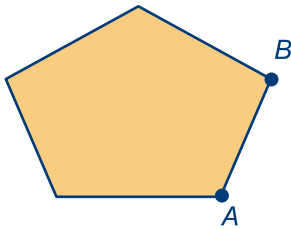
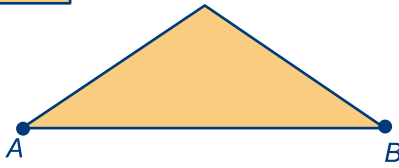
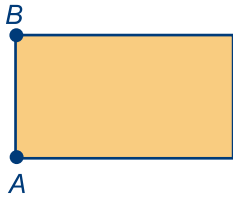




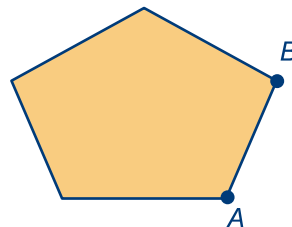
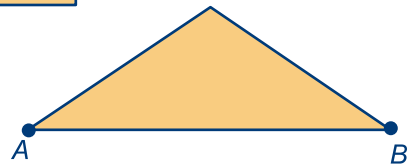
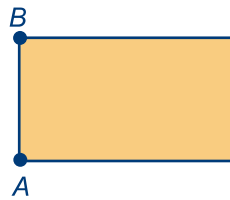
27 a Kleur in de drie figuren de punten die dicht bij P dan bij Q liggen, let op de randen.



b Kleur in de drie figuren de punten die dicht bij de zijde AB liggen dan bij de andere zijdes.



c Kleur in de drie figuren de punten die het dichtst bij zijde AB liggen én dichtst bij A dan bij B .



10.5 CIRKELS EN DRIEHOEKEN

Omgeschreven cirkel

- 28 a Teken op een blaadje een scherphoekige driehoek. Noem de hoekpunten A , B en C .
b Vouw heel precies de middelloodlijn van zijde AB en ook van zijde BC .

Het snijpunt van de twee middelloodlijnen noemen we M .

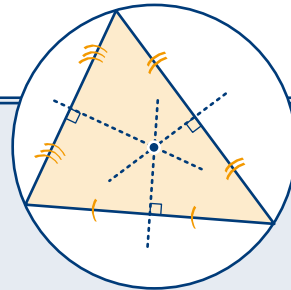
- c Teken de cirkel met middelpunt M die door A gaat.

Als je precies gewerkt hebt, lijkt de cirkel ook door B en C te gaan. Dat de cirkel door B en C moet gaan, kunnen we beredeneren. Daarvoor moet je begrijpen dat $MA = MB = MC$.

- d Waarom geldt: $MA = MB$?
e Waarom geldt: $MB = MC$?

Uit **d** en **e** volgt dat $MA = MB = MC$, dus dat de cirkel met middelpunt M zowel door A , B als C gaat. Tevens volgt hieruit dat M op de middelloodlijn van AC ligt. M is dus het snijpunt van de drie middelloodlijnen.

- 29 a Teken een op een blaadje een stomphoekige driehoek ABC .
b Vouw de middelloodlijnen van twee zijden (zoals in de vorige opgave). Noem het snijpunt van de twee vouwlijnen M .
c Teken de cirkel met middelpunt M die door A gaat. Deze cirkel gaat ook door B en C .



Elke driehoek heeft een **omgeschreven cirkel**. Dat is de cirkel die door de hoekpunten van de driehoek gaat. De drie middelloodlijnen van de zijden van de driehoek gaan door het middelpunt van de omgeschreven cirkel.

- 30 a Teken een scherphoekige driehoek.
b Zoek het middelpunt van de omgeschreven cirkel van de driehoek door twee middelloodlijnen te tekenen met je geodriehoek.
c Teken de omgeschreven cirkel van de driehoek.

- 30 Bij elke rechthoek kun je een cirkel tekenen die door de vier hoekpunten van de rechthoek gaat.
a Waar ligt het middelpunt van deze cirkel?

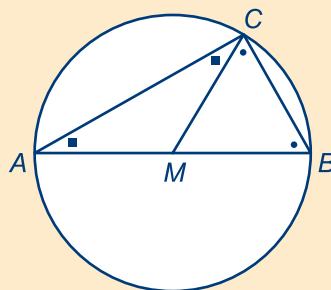
Het middelpunt van de omgeschreven cirkel van een rechthoekige driehoek is het midden van de schuine zijde.

- b Hoe kun je dat uit **a** beredeneren?

Het omgekeerde is ook waar: als het middelpunt van de omgeschreven cirkel van een driehoek op een zijde ligt, is de driehoek rechthoekig. Dat gaan we nu bewijzen.

- 31 a Teken een stomphoekige driehoek.
 b Teken de omgeschreven cirkel van de driehoek.
 Ga net zo te werk als in de vorige opgave.

Hieronder is M het middelpunt van de omgeschreven cirkel van driehoek ABC . M ligt op zijde AB .



- c Waarom zijn de hoeken MAC en MCA even groot? En waarom zijn de hoeken MBC en MCB even groot?

De twee hoeken bij C zijn dus samen de helft van de vier hoeken waar een tekening in staat.

- d Hoe groot is dus hoek C ?



Ingeschreven cirkel

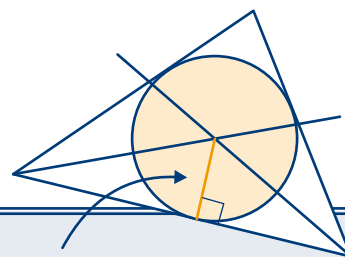
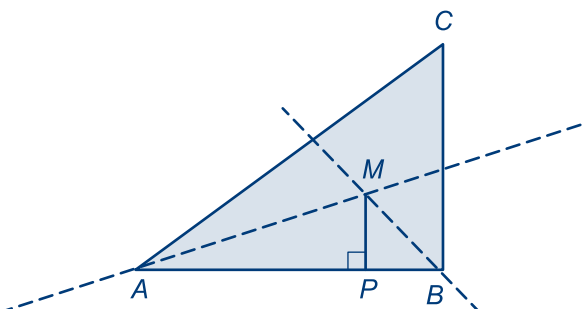
- 32 a Teken op een blaadje driehoek ABC , met $AB=8$ cm, $BC=6$ cm en $AC=10$ cm.
 b Vouw heel precies de deellijn van hoek A en ook van hoek B . Noem het snijpunt van de vouwlijnen M .
 c Teken met de geodriehoek de loodlijn vanuit M op zijde AB . Noem het snijpunt van zijde AB met deze loodlijn P en teken de cirkel met middelpunt M die door P gaat.

Als je precies gewerkt hebt, lijkt de cirkel niet alleen zijde AB te raken, maar ook de andere twee zijden van driehoek ABC .

Dat komt omdat M even ver van de zijden van driehoek ABC af ligt. Dat kun je beredeneren.

- d Waarom ligt M even ver van zijde AB als zijde BC ?
 e Waarom ligt M even ver van zijde AB als zijde AC ?

Uit d en e volgt dat M even ver van de zijden van driehoek ABC af ligt en dus dat de cirkel alle zijden van driehoek ABC raakt. Tevens volgt hieruit dat de deellijn van hoek C ook door M gaat.



straal

straal vinden. Laat vanuit het middelpunt een loodlijn neer op één van de zijden, dan is dat de straal.

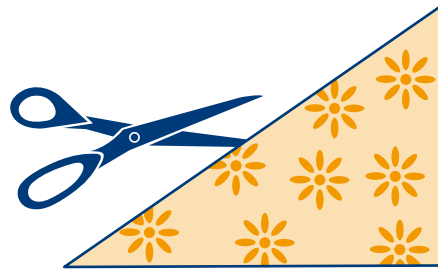


Elke driehoek heeft een **ingeschreven cirkel**. Dat is de cirkel die de zijden van de driehoek raakt. De deellijnen van de hoeken gaan door één punt. Dit punt is het middelpunt van de ingeschreven cirkel. Als je de cirkel wilt tekenen, moet je eerst de

10.5 CIRKELS EN DRIEHOEKEN



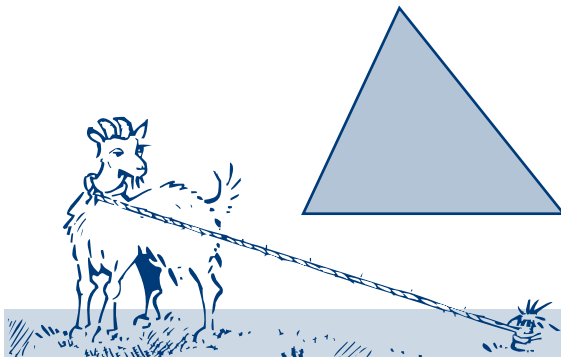
- 33 Hiernaast is een lap stof getekend. Uit die lap moet een zo groot mogelijk rond kleed geknipt worden.
- Bepaal het middelpunt van het kleed.
 - Teken de cirkel waarlangs je het kleed moet knippen.



- 34 Van een gelijkbenige driehoek ABC is gegeven $AB=8$ cm en $\angle A=\angle B=56^\circ$.
- Teken de driehoek.
 - Teken met de geodriehoek de drie deellijnen van de hoeken.
 - Teken de ingeschreven cirkel van driehoek ABC .



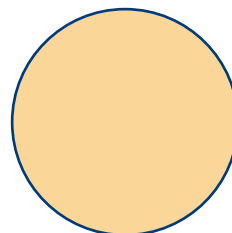
- 35 Boer Jansen heeft een driehoekig stuk weiland. Daarop wil hij zijn geit laten grazen. Die geit zit met een touw vast aan een paaltje. Het touw maakt hij zo lang dat de geit niet buiten de wei kan grazen. De boer wil de geit een zo groot mogelijk stuk van de wei laten afgrazen.



- Teken de plaats waar de boer het paaltje in de grond moet slaan.
- Kleur het gebied dat de geit kan afgrazen.

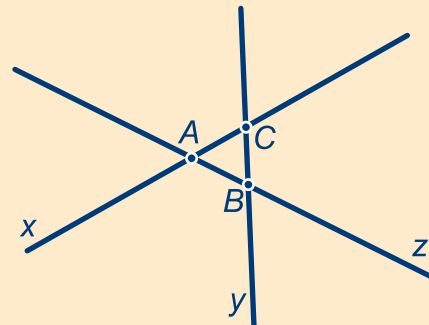


- 36 Op het werkblad is een cirkel getekend. Zoek het middelpunt van die cirkel. Schrijf op hoe je te werk bent gegaan.



- 34 In driehoek ABC is $\angle A=50^\circ$ en $\angle B=60^\circ$. Het middelpunt van de ingeschreven cirkel noemen we M .
- Maak een schets van de situatie.
- Door M met A , B en C te verbinden, krijg je bij M drie hoeken (die samen 360° zijn).
- Bereken hoe groot die hoeken zijn.

- 35 De drie lijnen x , y en z snijden elkaar in de punten A , B en C . De ingeschreven cirkel van driehoek ABC raakt aan alle drie de lijnen x , y en z .



Er zijn nog meer cirkels te tekenen die aan alle drie de lijnen raken.

- Teken heel precies de middelpunten van deze cirkels. Licht toe hoe je ze gevonden hebt.
- Teken de cirkels.

Die cirkels heten de **aangeschreven** cirkels van driehoek ABC .

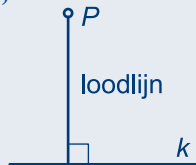


10.6 EINDPUNT

Afstand

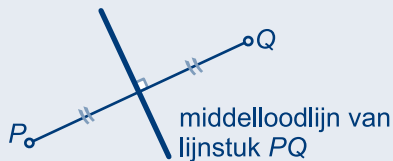
Met afstand bedoelen we de lengte van de kortste verbinding. De afstand van twee punten A en B is de lengte van lijnstuk AB .

De afstand tussen een lijn k en een punt P buiten die lijn, is de lengte van het loodrechte verbindingslijn vanuit dat punt op die lijn.



Middelloodlijn

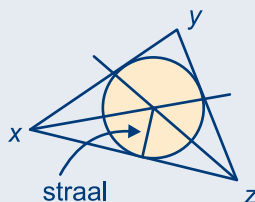
De middelloodlijn van lijnstuk PQ gaat door het midden van PQ en staat loodrecht op PQ .



Elk punt dat op de middelloodlijn van lijnstuk PQ ligt, ligt even ver van punt P als van punt Q . De punten die aan dezelfde kant van de middelloodlijn als P liggen, liggen dichterbij P . De punten die aan de andere kant van de middelloodlijn liggen, liggen dichterbij Q .

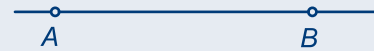
Ingeschreven cirkel

De drie deellijnen van de hoeken van een driehoek gaan door één punt. Dit punt ligt even ver van de drie zijden van de driehoek en is het middelpunt van de ingeschreven cirkel. Als je de cirkel wilt tekenen, moet je eerst de straal vinden. Laat vanuit het middelpunt een loodlijn neer op één van de zijden, dan is dat de straal.

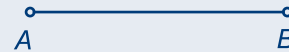


Lijn, lijnstuk en halve lijn

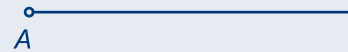
Een **lijn** heeft geen grenspunten, loopt dus en links van A en rechts van B gewoon door.



Een **lijnstuk** heeft twee grenspunten. Alleen A en B en de punten tussen A en B behoren tot het lijnstuk AB .

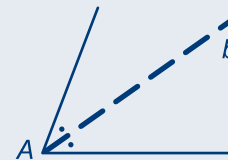


Een **halve lijn** heeft één grenspunt, loopt dus aan één kant van het grenspunt onbeperkt door.



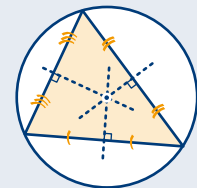
Deellijn

De deellijn van een hoek deelt een hoek in twee even grote hoeken. Alle punten, die op de deellijn liggen, liggen even ver van de benen van een hoek af.



Omgeschreven cirkel

De drie middelloodlijnen van een driehoek gaan door één punt. Dit punt ligt even ver van de hoekpunten van de driehoek en is het middelpunt van de omgeschreven cirkel.



Middelpunt van een cirkel bepalen

Teken een driehoek waarvan de hoekpunten op de cirkel liggen. De cirkel noemen we de omgeschreven cirkel van deze driehoek. Het snijpunt van de middelloodlijnen van de driehoek is het middelpunt van de cirkel.

10.7 EXTRA OPGAVEN



- 1 De gelijkbenige driehoek hiernaast staat ook twee keer op het werkblad.
- Teken heel precies de omschreven cirkel van driehoek ABC .
 - Teken in een nieuwe figuur heel precies de ingeschreven cirkel van de driehoek.
 - Leg uit dat de top van de driehoek, het middelpunt van de omschreven cirkel en het middelpunt van de ingeschreven cirkel op één lijn liggen.

De punten binnen driehoek ABC kun je verdelen in drie soorten:

- die het dichtst bij lijn AB liggen,
- die het dichtst bij lijn BC liggen en
- die het dichtst bij lijn AC liggen.

- d Kleur de punten die het dichtst bij lijn BC liggen.

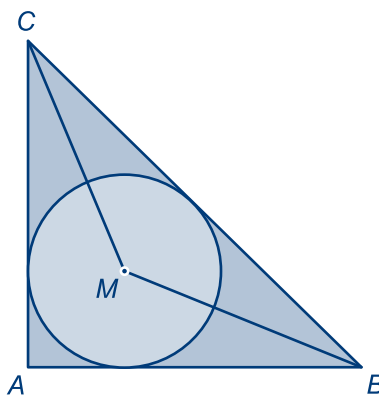
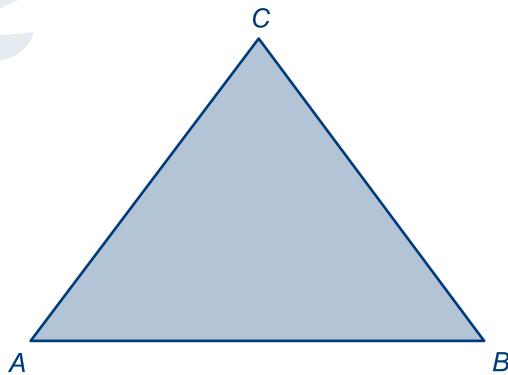
De punten binnen driehoek ABC kun je ook verdelen in drie andere soorten:

- die het dichtst bij punt A liggen,
- die het dichtst bij punt B liggen en
- die het dichtst bij punt C liggen

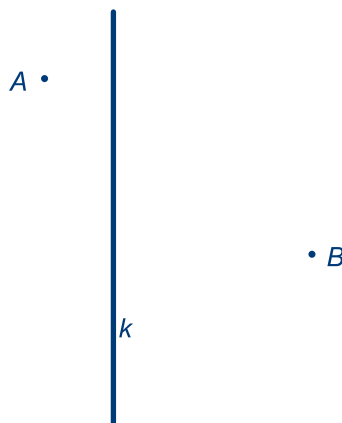
- e Kleur de punten die het dichtst bij B liggen.

- 2 Driehoek ABC is gelijkbenig en rechthoekig. M is het middelpunt van de ingeschreven cirkel van driehoek ABC .

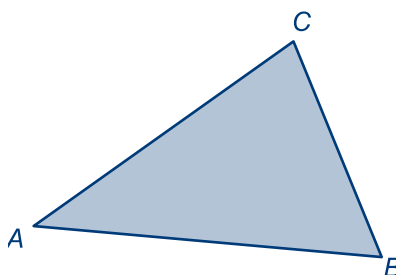
Bereken de grootte van hoek BMC .
Schrijf netjes op hoe je dat gevonden hebt.



- 3 De tekening hiernaast staat ook op het werkblad. Kleur het gebied waar de punten liggen met de volgende twee eigenschappen:
ze liggen minder dan 1 cm van lijn k én ze liggen dicht bij A dan bij B .



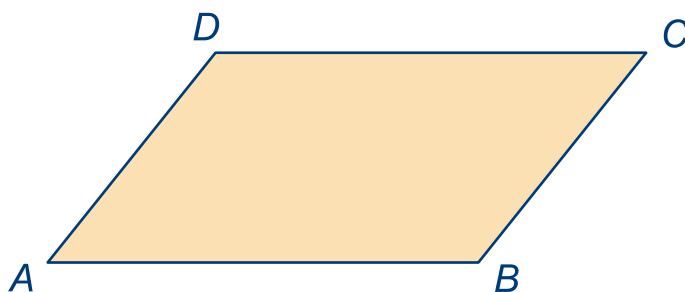
- 4 Driehoek ABC hiernaast staat ook op het werkblad. Kleur de punten binnen de driehoek met de volgende twee eigenschappen:
ze liggen dicht bij lijn AC dan bij lijn BC en ze liggen dicht bij B dan bij A .



- 5 a Teken met je geodriehoek een gelijkbenige driehoek ABC met $AC = BC = 4$ cm en $\angle BAC = 50^\circ$.
- b Teken de deellijn van hoek A en ook de deellijn van hoek B .
- S is het snijpunt van de twee deellijnen.
- c Bereken $\angle ACB$.
- d Bereken $\angle ASB$.
- e Waarom is lijn CS de deellijn van hoek ACB ?
- f Bereken hoek ASC .
- g Waarom is lijn CS de middelloodlijn van lijnstuk AB ?



- 6 Het parallellogram hiernaast staat ook op het werkblad. In het hoofdstuk **Hoeken** heb je gezien dat $\angle A + \angle D = 180^\circ$.
- a Teken de deellijn van hoek A en die van hoek D . Zet de letter S bij het snijpunt.
- b Bereken $\angle SAD$.
- c Bereken $\angle ADC$ en daarna $\angle ADS$.
- d Hoe groot is dus hoek ASD ?

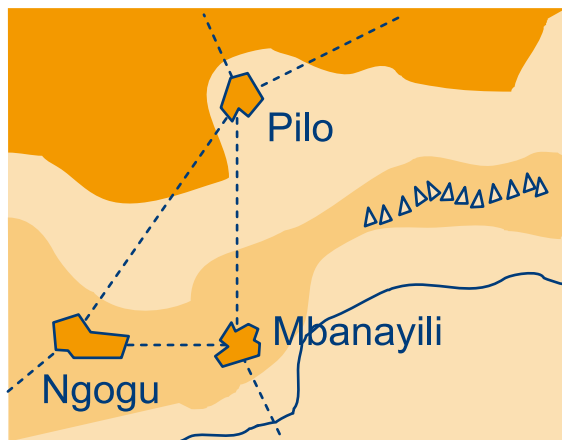


Je hebt de deellijnen van de hoeken A en D getekend.

- e Teken ook de deellijnen van de andere twee hoeken van het parallellogram.
- f Welk soort figuur wordt door de vier deellijnen ingesloten?



- 7 Ghana is een land in Afrika. Het grootste deel van het jaar is het noorden van Ghana erg droog. In dat gebied liggen de dorpen Pilo, Ngogu en Mbanayili. De bewoners van deze drie dorpen besluiten een waterput te graven. Die put moet even ver van elk van de drie dorpen af liggen.



Zoek deze plaats. Geef die plek op je kaartje aan met een rode stip. Schrijf er 'put' bij.

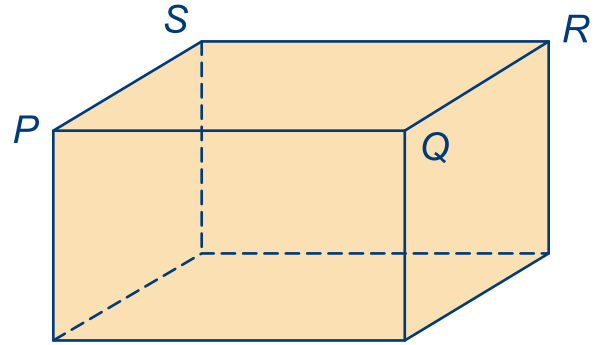
10.7 EXTRA OPGAVEN



- 8 De balk hiernaast staat ook op het werkblad. P , Q , R en S zijn hoekpunten van de balk. Bekijk de middens van de twaalf ribben. Vier van die middens liggen op gelijke afstand van P en Q .
- Geef deze vier middens van de ribben aan met een dikke blauwe punt.
 - Kleur nu alle punten blauw, die binnenin de balk even ver van P als van Q liggen.

Er is één punt in het bovenvlak, dat even ver van de vier hoekpunten P , Q , R en S ligt.

- Kleur dit punt rood.
- Kleur nu alle punten binnenin de balk rood, die even ver van de vier punten P , Q , R en S af liggen.



- 9 a Teken een lijn met daarop een punt C , zoals hiernaast.
- b Teken, heel precies, alle mogelijke verschillende gelijkbenige driehoeken ABC , waarvan een hoek 40° is en een zijde 3 cm. De getekende lijn moet deellijn van de driehoek zijn. Schrijf in elke hoek van de driehoek hoe groot hij is en geef aan welke zijde(n) 3 cm is (zijn).

