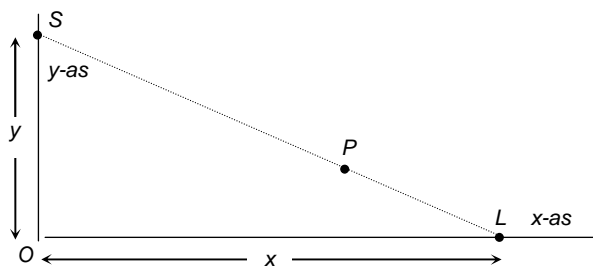


Zelftoets 6 Inleiding differentiëren vwo4 b datum: naam:

1 In het punt L op de x -as bevindt zich een puntvormige lichtbron. De afstand van L tot de oorsprong $O(0,0)$ noemen we x . De schaduw S van het punt $P(4,1)$ ligt op de y -as (dat is dus het projectiescherm). de afstand van S tot O noemen we y . Er geldt: $y = \frac{x}{x-4}$.



- a. Toon dit met gelijkvormigheid aan.
- b. Teken de grafiek van y als functie van x op de GR.

Als $x=8$, dan $y=2$. We laten x toenemen tot $8 + \Delta x$, dan neemt y toe tot $2 + \Delta y$.

- c. Toon met een berekening aan dat $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{4 + \Delta x}$.

- d. Wat is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek in het punt $(8,2)$?
- e. Geef een vergelijking van de raaklijn aan de grafiek in $(8,2)$. Controleer je antwoord met de GR, schrijf op hoe je dat gedaan hebt.

Het lampje wordt over de x -as bewogen. Het gaat met een snelheid van 20 cm s^{-1} door $(8,0)$.

- f. Met welke snelheid gaat de schaduw door $(0,2)$?

2 Gegeven is de functie $y = x^2 + |x-1|$.

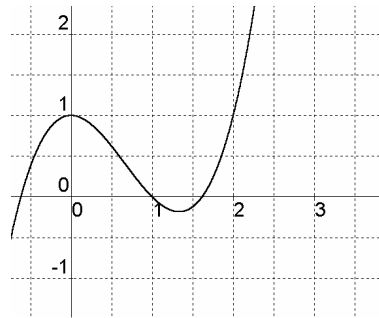
- a. Teken de grafiek op de GR en zoom in op het punt $(1,1)$.

Zoals je ziet zit er een knik bij $(1,1)$. Je kunt spreken van de rechter raaklijn in $(1,1)$ en van de linker raaklijn in $(1,1)$.

- b. Benader de richtingscoëfficiënt van de linker- en van de rechter raaklijn in $(1,1)$ met behulp van rekschema's. Schrijf je berekening op.

3 Hiernaast staat de grafiek van $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

a. Bepaal met behulp van de grafiek zo goed mogelijk het punt waar de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek -1 is. Laat duidelijk zien hoe je dat gedaan hebt.



b. Bereken de coördinaten van het punt uit a met behulp van de afgeleide.

c. Bereken de coördinaten van het buigpunt van de grafiek van f .

d. Bereken het maximum en het minimum van f exact.

e. Voor welke waarden van p heeft de vergelijking in x :
 $x^3 - 2x^2 + 1 = p$ drie oplossingen?
Licht je antwoord toe.

4 Gegeven is de functie f met $f(x) = \frac{1}{x}$. Zoals bekend bereken je $f'(a)$ door in de uitdrukking $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ x naar a te laten naderen.

a. Laat zien dat $f(x) - f(a)$ te schrijven is als $\frac{a - x}{xa}$.

b. Hoe volgt hieruit dat $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\frac{1}{xa}$?

c. Geef een formule voor $f'(x)$.

d. Laat zien dat de regel: $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$ ook geldt voor $n = -1$.

e. Geef een vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van f in $(2, \frac{1}{2})$.