

1 A, B, C en D hebben onderlinge schulden en te goeden. De bedragen (in euro) staan in de matrix M. Voorbeeld: C heeft 3 euro schuld aan A.



$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & -3 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 4 & -5 \\ 3 & -4 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

De matrix heeft twee bijzonderheden:

- op de hoofddiagonaal (van links-boven naar rechts-onder) staan alleen nullen,
- de matrix is "anti-symmetrisch" ten opzichte van de hoofddiagonaal.

a. Leg uit waarom de schuldenmatrix M deze bijzonderheden heeft.

b. Bereken het totale tegoed van elk van de vier personen. Gebruik matrixvermenigvuldiging.

S is een of andere 4x4-schuldenmatrix (dus met de twee bijzonderheden).

Gegeven is dat  $[1 \ 1 \ 1 \ 1] \cdot S = [5 \ -8 \ x \ 1]$

c. Bereken het getal x.

d. Waarmee moet je S vermenigvuldigen om de vector te krijgen waarin de schulden van de vier personen staan?

2 Deze opgave speelt zich af in de toekomst wanneer RTL en SBS de televisie in Nederland beheersen: alle kijkers stemmen af op RTL of SBS. Elke avond vechten deze twee omroepen om de gunst van de kijker. Zij weten van tevoren niet wat de ander op de buis zal brengen.

We onderscheiden vier soorten programma's: Sport, Reality, Soap en Quiz. Hoeveel kijkers een omroep trekt hangt niet alleen af van wat zij zelf uitzendt, maar ook van wat de concurrent uitzendt. Als bijvoorbeeld SBS Reality uitzendt en RTL een Soap, trekt SBS 60 % van de kijkers (en RTL dus 40 %). In de matrix hiernaast staan de percentages kijkers die SBS trekt in de verschillende gevallen.

		RTL			
		Sp	Re	So	Qu
SBS	Sp	50	60	70	80
	Re	40	50	60	70
	So	30	40	50	60
	Qu	20	30	40	50

a. Wie trekt de meeste kijkers, SBS of RTL? Verklaar je antwoord.

SBS besluit om at random 3 uur per etmaal aan Quiz te besteden en 7 uur aan elk van de drie andere soorten.

b. Wat is het gemiddelde percentage dat SBS trekt, als RTL Sport uitzendt? En als RTL Reality uitzendt of Soap of Quiz? Gebruik matrix-vermenigvuldiging.

c. Wat zou jij uitzenden als je SBS was? En als je RTL was? Verklaar je antwoord.

- 3 Een soort kevers wordt hoogstens vier jaar oud. We letten alleen op de vrouwelijke dieren. Hieronder staat de Leslie-matrix  $L$ :

$$L = \begin{array}{c} \text{van} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{naar} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \end{array} \begin{bmatrix} 0 & \frac{4}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



- a. Interpreteer de getallen in  $L$ .
- b. Toon aan dat er geen stationaire populatie-vector is (behalve natuurlijk  $[0 \ 0 \ 0 \ 0]$ ).

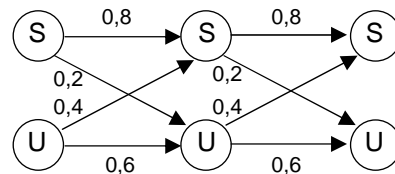
- c. Bereken  $L^4$  met de GR.

- d. De matrix in c heeft op de hoofddiagonaal dezelfde getallen en verder alleen maar nullen. Interpreteer dit resultaat.

In 1960 waren er 1500 vrouwelijke kevers.

- e. Bereken hoeveel vrouwelijke kevers er in 1972 waren.

- 4 Twee volleybalteams Setup en Upset spelen een wedstrijd tegen elkaar. S verliest zijn service met kans 0,2 (en scoort dus met kans 0,8). U verliest zijn service met kans 0,4 (en scoort dus met kans 0,6).



- a. Bereken de kans dat de derde service door U gebeurt, als S begint met serveren.

- b. Geef de overgangsmatrix  $M$  en bereken  $M^2$ .

- c. Wat stellen de getallen in  $M^2$  voor?

- d. Geef de matrix  $M^9$ .  
Bereken met behulp hiervan de kans dat de 9de service door S gebeurt als S begint met serveren.  
Bereken ook de kans dat de 9de service door U gebeurt als U begint met serveren.