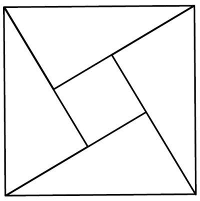
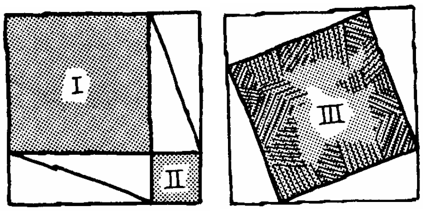
H17 PYTHAGORAS

17.0 INTRO

1 b



c



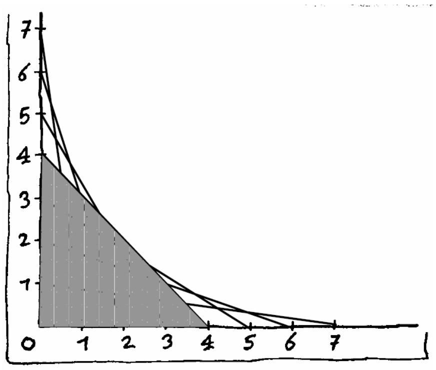
17.1 RECHTHOEKIGE DRIEHOEKEN

2 a $80 \cdot 125 = 10000 \text{ cm}^2$
b 5000 cm^2

3 *A*: $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$
B: 8 cm^2
C: 6 cm^2
D: 9 cm^2
E: 15 cm^2
F: $7\frac{1}{2} \text{ cm}^2$

4 $600 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 425 \text{ m}^2$

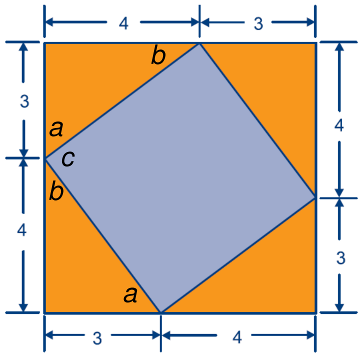
5 a
b
c



d $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$

6 A: $6^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 \cdot 4 = 26 \text{ cm}^2$
B: $6^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$
C: $6^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 18 \text{ cm}^2$
D: 20 cm^2
E: 26 cm^2

7 a A: 2,2 cm
B: 5,0 cm
C: 3,2 cm
D: 4,1 cm
b Voor elke zijde geldt dat het de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden van 3 en 4 cm is. Dus alle vier de zijden zijn even lang.



$\angle a + \angle b + \angle c = 180°$ (gestrekte hoek).
Omdat $\angle a + \angle b = 90°$ geldt dat $\angle c = 90°$.
Dus alle vier de hoeken zijn $90°$.
c $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 24$
d $49 - 24 = 25$
e Een vierkant met oppervlakte 25 heeft zijden van lengte 5.

8 a 250; 200; 150
b 100 cm
c De hoek is kleiner dan $90°$.
d De afstand is meer dan 100 cm.

9 a $17^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 169$
b 13, want $13 \cdot 13 = 169$

10 a $23^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 289$
b 17, want $17 \cdot 17 = 289$

11 a Het vierkant in het midden heeft oppervlakte $41^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 841$. Dus de lengte van de schuine zijde is 29.
b De driehoeken zijn gelijkvormig. De vergrotingsfactor is 2. De lengte van de schuine zijde is dus $2 \cdot 29 = 54$.

17.2 DE STELLING VAN PYTHAGORAS

12

	A	B	C	D
3-4-5	9	16	$9 + 16 = 25$	25
5-12-13	25	144	$25 + 144 = 169$	169
8-15-17	64	225	$64 + 225 = 289$	289
20-21-29	400	441	$400 + 441 = 841$	841

13 a $3^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 5$. Klopt
b $5^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 13$
c A: 4; 4; 8
B: 2; 4; 10
C: 2; 8; 10
D: 5; 10; 17
d A en C

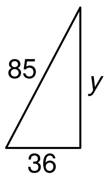
14 a = 3; b = 12; c = 2; d = 6; e = 6; f = 5; g = 3

15 Berekening x:
$16^2 + x^2 = 34^2$
$x^2 = 900$
$x = 30$

Berekening y:
$y^2 + 60^2 = 61^2$
$y^2 = 121$
$y = 11$

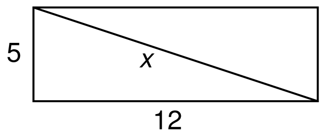
16 a $x^2 = 84^2 + 13^2 = 7225$
$x = 85$ dm

b



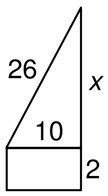
$y^2 + 36^2 = 85^2$
$y^2 = 5929$
$y = 77$ dm

17



$x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
Dus $x = 13$.
De foto is 13 bij 18 cm.

18 a



b $x^2 + 10^2 = 26^2$
$x^2 = 576$
$x = 24$
hoogte = $24 + 2 = 26$ m

17.3 SCHERP, RECHT OF STOMP

19 a $c^2 = 21^2 + 28^2 = 1225$, dus $c = 35$

b Voor het linker plaatje geldt:
$a^2 + b^2 > c^2$
Voor het rechter plaatje geldt:
$a^2 + b^2 < c^2$

20 $7^2 + 4^2 = 65 > 8^2$
P is dus een scherpe hoek.
De driehoek is scherphoekig.

21 $30^2 + 16^2 = 1156$
$34^2 = 1156$
Dus hoek A is recht.
De driehoek is rechthoekig.

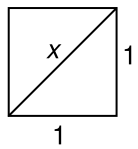
17.4 WORTELS

22 a $c^2 = 2^2 + 3^2 = 13$

b ja, langer dan 3,6 cm want $12{,}96 < 13$.

23 3
$2 \cdot 3 = 6$
$2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
$\sqrt{4} = 2$
168
168

24 a



$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2$
$x = \sqrt{2}$

b $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$

25 $7^2 + 5^2 = 74$
Dus de lengte van de schuine zijde is
$\sqrt{74} \approx 8{,}60$

26 a $y^2 = 14^2 - 10^2 = 96$, dus $y = \sqrt{96} \approx 9{,}80$

b $z^2 = y^2 + 2^2 = 96 + 4 = 100$, dus $z = 10$

27 a $x^2 = 12^2 - 9^2 = 63$, dus $x = \sqrt{63}$
$y^2 = 14^2 - 9^2 = 115$, dus $y = \sqrt{115}$

b $AB = x + y = \sqrt{63} + \sqrt{115} \approx 18{,}7$

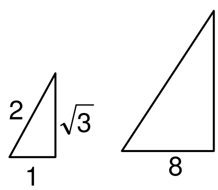
28 $a^2 = 1^2 + 3^2 = 10$, dus $a = \sqrt{10}$
$b^2 = a^2 + 1^2 = 11$, dus $b = \sqrt{11}$
$c^2 = b^2 + 1^2 = 12$, dus $c = \sqrt{12}$
$d^2 = c^2 + 1^2 = 13$, dus $d = \sqrt{13}$

17.5 SPECIALE DRIEHOEKEN

29 a 1 (de helft vanwege symmetrie)

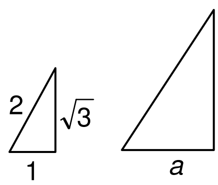
b $BC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

c



De tweede driehoek is de eerste uitvergroot met factor 8, de zijden zijn dus: 8, 16, $8\sqrt{3}$.

d



De tweede driehoek is de eerste uitvergroot met factor a, de zijden zijn dus: a, $2a$, $a\sqrt{3}$.

30 a $4\sqrt{2}$, de vergrotingsfactor is namelijk 4.

b $a\sqrt{2}$

31 figuur A: 45°, 7, $7\sqrt{2}$

figuur B: 30°, 5, $5\sqrt{3}$

figuur C: 90°, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$

figuur D: 60°, $6\sqrt{3}$, 12

figuur E: 90°, $3\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$

17.6 DE RUIMTE IN

32 a $12^2 + 9^2 = 225$, dus links: 8 bij $\sqrt{225} = 15$

$12^2 + 8^2 = 208$, dus midden: 9 bij $\sqrt{208}$

$9^2 + 8^2 = 145$, dus rechts: 12 bij $\sqrt{145}$

b $x^2 = 12^2 + 9^2 = 225$

$z^2 = 8^2 + x^2 = 64 + 225 = 289$

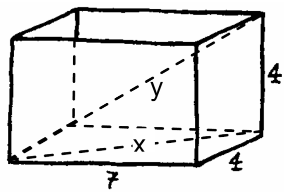
$z = \sqrt{289} = 17$

c $y^2 = 8^2 + 9^2 = 145$

$z^2 = 12^2 + y^2 = 289$

$z = \sqrt{289} = 17$

33



$x^2 = 4^2 + 7^2 = 65$

$y^2 = x^2 + 4^2 = 81$, dus $y = 9$

34 a Mark rond tussentijds twee keer af.

b $y^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

$x^2 = y^2 + 1^2 = 9$

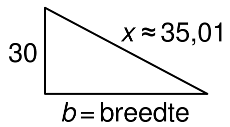
dus $y = \sqrt{9} = 3$ dm precies!

35 $\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13\,\text{dm}$

36 $\sqrt{6^2 + 6^2 + 7^2} = \sqrt{121} = 11$

37 a $\pi \cdot x = 110$, dus $x = 110 : \pi \approx 35{,}01$ cm

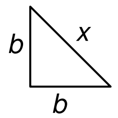
b



$b^2 + 30^2 = x^2$, dus $b^2 = 325{,}7001$

$b = \sqrt{325{,}7001} \approx 18$ cm

c

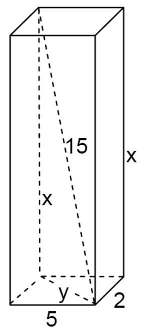


$b^2 + b^2 = x^2 \approx 1225$

$b^2 = 1225 : 2 = 612{,}5$

$b = \sqrt{612{,}5} \approx 25$ cm

38



$y^2 = 2^2 + 5^2 = 29$

$x^2 + y^2 = 15^2$, dus $x^2 + 29 = 225$

$x = \sqrt{196} = 14$ m

17.7 GEMENGDE OPGAVEN

39 a $BC^2 = 15^2 - 9^2 = 144$, dus $BC = \sqrt{144} = 12$

$BD^2 = 20^2 - 12^2 = 256$, dus $BD = \sqrt{256} = 16$

b $AD = 25$, dus $AD^2 = AC^2 + CD^2$, dus $\angle C$ is recht.

c De zijden van driehoek *ABC* zijn 9, 12 en 15. De zijden van driehoek *ACD* zijn 1⅔ keer zo groot, dus de driehoeken *ABC* en *ACD* zijn gelijkvormig. Hieruit volgt dat $\angle C$ recht is.

40 linker figuur:

$x^2 = 19^2 - 17^2 = 72$, dus $x = \sqrt{72}$

$y^2 = 18^2 - 17^2 = 35$, dus $y = \sqrt{35}$

rechter figuur:

$x^2 = 22^2 - 20^2 = 84$, dus $x = \sqrt{84}$

$z = x + y$, dan $z^2 = 25^2 - 20^2 = 225$

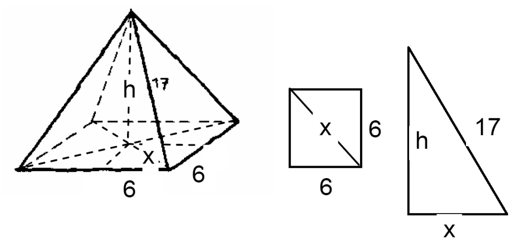
$x + y = \sqrt{225} = 15$, dus $y = 15 - \sqrt{84} \approx 5{,}8$

balk:

$x^2 = 2^2 + 3^2 = 13$, dus $x = \sqrt{13}$

$y^2 = 6^2 + x^2 = 49$, dus $y = 7$

41



$x^2 = 6^2 + 6^2 = 72$

$h^2 + x^2 = 17^2$, dus $h^2 + 72 = 289$

dus $h = \sqrt{217} \approx 14{,}7$

42 a $AB^2 = 7^2 + 1^2 = 50$, dus $AB = \sqrt{50}$

$AC^2 = 6^2 + 3^2 = 45$, dus $AC = \sqrt{45}$

$AD^2 = 5^2 + 4^2 = 41$, dus $AD = \sqrt{41}$

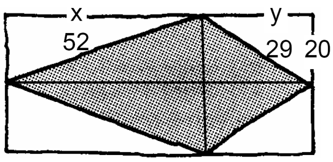
$AE^2 = 5^2 + 5^2 = 50$, dus $AE = \sqrt{50}$

$AF^2 = 4^2 + 6^2 = 52$, dus $AF = \sqrt{52}$

b Geldt: $AB^2 = AC^2 + BC^2$?

$BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$, dus $AB^2 = 50 = 45 + 5 = AC^2 + BC^2$, dus $\angle ACB$ is recht.

43 a



$x^2 = 52^2 - 20^2 = 2304$, dus $x = 48$
$y^2 = 29^2 - 20^2 = 441$, dus $y = 21$
dus $x + y = 69$ cm

b $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 69 = 1380$ cm^2

44 a $\angle ABC = 180° - 30° - 105° = 45°$

b $DB = 2$ en $BC = 2\sqrt{2}$ (driehoek BCD is een 45°-45°-90°-driehoek)
$AD = 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ en $AC = 2 \cdot 2 = 4$ (driehoek ACD is een 30°-60°-90°-driehoek)
Dus $AB = 2 + 2\sqrt{3} \approx 5{,}5$, $AC = 4$ en
$BC = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8$

45 a Ada: $\sqrt{10^2 + 10^2} + \sqrt{30^2 + 20^2} =$
$\sqrt{200} + \sqrt{1300} \approx 50{,}198$ meter
Bart: $\sqrt{10^2 + 20^2} + \sqrt{20^2 + 20^2} =$
$\sqrt{500} + \sqrt{800} \approx 50{,}645$ meter
De route van Bart is 4 dm langer.

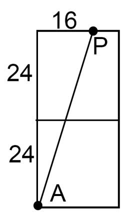
b $AB = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{2500} = 50$ meter

46 a $\frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 27 \approx 56$ cm

b de straal van de grondcirkel van de kegel is
$\frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 27 : 2\pi = 9$ cm
hoogte$^2 = 27^2 - 9^2 = 648$
dus hoogte $\approx 25{,}46$ cm

47 a Nee

b



$AP^2 = 16^2 + 48^2 = 2560$
dus $AP = \sqrt{2560} \approx 50{,}6$ cm

48 linker figuur:
$3^2 + (2x+1)^2 = 5^2$
dus $(2x+1)^2 = 16$ zodat $2x + 1 = 4$
dus $x = 1{,}5$

rechter figuur:
$x^2 + (2x)^2 = 10^2$
$x^2 + 4x^2 = 5x^2 = 100$
$x^2 = 20$
dus $x = \sqrt{20}$

49 a Dat is de stelling van Pythagoras in driehoek *ACD*.

b $h^2 = 13^2 - x^2$ (stelling van Pythagoras in driehoek *BDC*)

c $13^2 - x^2 = 400 - (21 - x)^2$
$169 - x^2 = 400 - (441 - 42x + x^2)$
$169 - x^2 = -41 + 42x - x^2$
$42x = 210$
$x = 5$

d $h^2 = 13^2 - 5^2 = 144$, dus $h = 12$
oppervlakte $= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 126$

Oker

3 bovenste driehoek:
$\frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

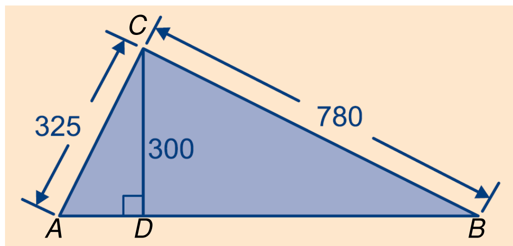
onderste driehoek:
$\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 6x = 6x^2$

6 A: $6a \cdot 6a - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 5a = 36a^2 - 10a^2 = 26a^2$
B: $6a \cdot 6a - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a = 36a^2 - 16a^2 = 20a^2$
C: $6a \cdot 6a - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 3a = 36a^2 - 18a^2 = 18a^2$

10 $(1 - x + x) - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot (1 - x) = 1 - 2x(1 - x)$

16 Volgens de stelling van Pythagoras geldt:
$x^2 + 45^2 = (75 - x)^2$
$x^2 + 2025 = 5625 - 150x + x^2$
$150x = 3600$
$x = 24$

20

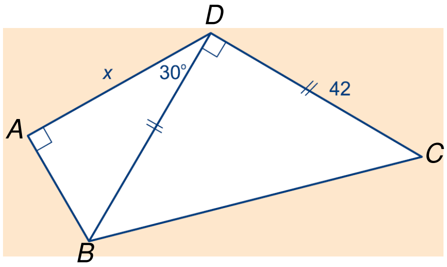


$AD^2 = 325^2 - 300^2 = 15625$, dus $AD = 125$
$BD^2 = 780^2 - 300^2 = 518400$, dus $BD = 720$
dus $AB = 125 + 720 = 845$
$AB^2 = 845^2 = 714025$
$AC^2 + BC^2 = 325^2 + 780^2 = 714025$
Dus driehoek *ABC* is rechthoekig.

26 $AB^2 = 3^2 + 2^2 = 13$, dus $AB = \sqrt{13}$

27 De lengte van de zijde van het grote vierkant is $\sqrt{125}$ cm.
Elk van de vijf stukken heeft een oppervlakte van 25 cm^2. De lengte van de zijde van een klein vierkant is dus 5 cm.
Dus de breedte van het L-vormige stuk is $\sqrt{125} - 10$ cm.

31



Driehoek BCD is een 45°-45°-90°-driehoek, dus $BD = 42$.
Driehoek ABD is een 30°-60°-90°-driehoek, dus $x = AD = 21 \cdot \sqrt{3} = 21\sqrt{3}$

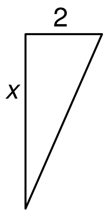
35 a Aangezien de inhoud van de kubus 27 cm^3 is, zijn de ribben 3 cm lang. De lengte van de lichaamsdiagonaal is dus
$\sqrt{3^2+3^2+3^2} = \sqrt{27}$

b lengte lichaamsdiagonaal $= \sqrt{a^2+a^2+a^2}$
$= \sqrt{3a^2}$

c Alleen voor $a = 3$.

36 a $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}8 = 9{,}6$ m^2

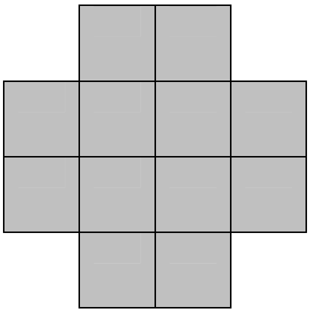
b



Hiernaast is één van de acht dakvlakken getekend. x is de schuine kant van de voorgevel. Dus $x^2 = 2^2 + 4{,}8^2 = 27{,}04$ zodat $x = 5{,}2$.
Oppervlakte dakvlak $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5{,}2 = 5{,}2$.
Oppervlakte dak $= 8 \cdot 5{,}2 = 41{,}6$ m^2.

c Dakgoot is schuine zijde van dakvlak.
$x^2 + 2^2 = 27{,}04 + 4 = 31{,}04$, dus de goot is $\sqrt{31{,}04} \approx 5{,}6$ m.

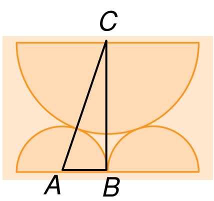
d



De hokjes zijn 1 cm bij 1 cm.

40 Stel de hoogte is h dm, dan zijn de lengte en de breedte $2h$ dm. Hieruit volgt dat lichaamsdiagonaal$^2 = h^2 + (2h)^2 + (2h)^2 = 9h^2$
$= 15^2 = 225$.
Hieruit volgt dat $h^2 = 25$ en dus $h = 5$ dm.

42

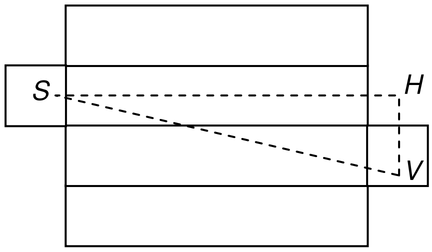


$AC = 1 + 2 = 3$ dm
$AB = 1$ dm
$AC = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$ dm.
Dus het bankje is $\sqrt{8}$ dm hoog.

45 a $AC = \sqrt{255^2 + 136^2} = 289$ m.

b Driehoek BQC is gelijkvormig met driehoek ABC. De vergrotingsfactor is $^{136}/_{289} = {}^{8}/_{17}$.
Dus $CQ = AP = {}^{8}/_{17} \cdot 136 = 64$.
Dus $PQ = 289 - 2 \cdot 64 = 161$.
De eiken staan 161 m uit elkaar.

47



S is de positie van de spin, V de positie van de vlieg. SV is de kortste route.
$SH = 1 + 20 + 2 = 23$ en $HV = 2 + 3 = 5$, dus
$SV = \sqrt{23^2 + 5^2} \approx 23{,}5$ m.
Dus de lengte van de kortste route is ongeveer 23,5 m.

EXTRA OPGAVEN

1 a $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, dus $AC = 10$
$DB^2 = 17^2 - 8^2 = 225$, dus $DB = 15$
$AB = AD + DB = 6 + 15 = 21$

b $AB^2 = 21^2 = 441$
$AC^2 + BC^2 = 10^2 + 17^2 = 389$
$441 > 389$, dus $\angle ACB$ is stomp

2 a $3 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7 = 10$

b $AB^2 = 3^2 + 1^2 = 10$, dus $AB = \sqrt{10}$
$BC^2 = 7^2 + 1^2 = 50$, dus $BC = \sqrt{50}$
$AC^2 = 6^2 + 2^2 = 40$, dus $AC = \sqrt{40}$

c Er geldt: $AB^2 + AC^2 = BC^2$, dus $\angle BAC$ is recht.

3 $3 \cdot 14 = 42$
$2 \cdot \sqrt{8} \cdot 2 \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = 4 \cdot 8 = 32$
24
14
$\sqrt{9} = 3$

4 $x^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$, dus $x = \sqrt{32} \approx 5{,}66$
$y^2 = 5^2 + x^2 = 25 + 32 = 57$, dus $y = \sqrt{57} \approx 7{,}55$

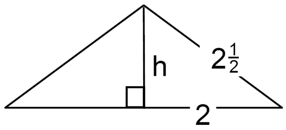
5 linker driehoek:
$2\sqrt{3}$ en 4 want een 30°-60°-90°-driehoek

middelste driehoek:
$4\sqrt{3}$ en 4 want een 30°-60°-90°-driehoek

rechter driehoek:
10 en $10\sqrt{2}$ want een 45°-45°-90°-driehoek

6 lengte lichaamsdiagonaal $= \sqrt{18^2 + 13^2 + 6^2}$
$= 23$ cm
De breinaald past dus niet in de doos.

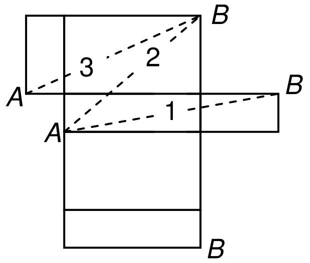
7 a



$h^2 = 2½^2 - 2^2 = 2¼$
dus $h = 1½$

b $1½ \cdot 2 = 3$

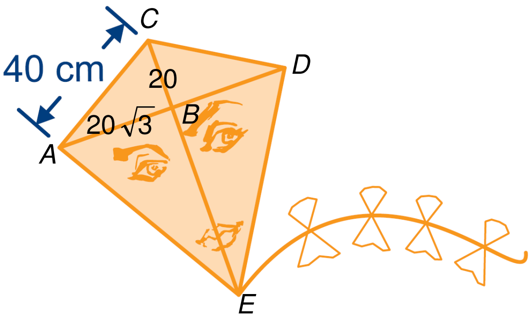
8 a



b zie onderdeel **a**

c lengte route 1 $= \sqrt{30^2 + 5^2} = \sqrt{925}$
lengte route 2 $= \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625}$
lengte route 3 $= \sqrt{25^2 + 10^2} = \sqrt{725}$
Dus route 2 is het kortst.

9 a

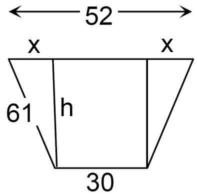


$\angle ABC = 90°$ en $\angle ACB = ½ \cdot 120° = 60°$
Driehoek *ABC* is dus een 30°-60°-90°-driehoek, dus
AB = de helft van de korte diagonaal $= 20\sqrt{3}$.
De lengte van de korte diagonaal is dus $40\sqrt{3}$.

b Driehoek *ADE* is een gelijkzijdige driehoek, dus de lengte van de lange zijde is $40\sqrt{3}$.

c Driehoek *ABE* is een 30°-60°-90°-driehoek, dus $BE = 60$ zodat $CE = 80$.
De oppervlakte van de vlieger is
$½ \cdot 80 \cdot 40\sqrt{3} = 1600\sqrt{3}$

10

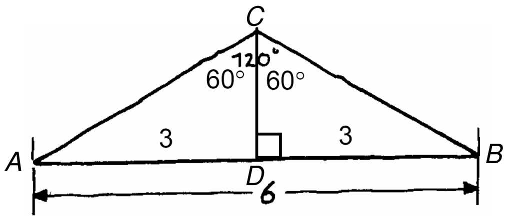


$x = ½ \cdot (52 - 30) = 11$
$h^2 = 61^2 - 11^2 = 3600$
dus $h = 60$

11 a $a^2 = 7½^2 + 30^2 = 956¼$
dus $a \approx 30{,}92$ cm

b $b = 2\pi \cdot 7½ = 15\pi \approx 47{,}12$ cm

12



Teken de hoogtelijn CD. We krijgen zo twee 30°-60°-90°-driehoeken, namelijk driehoek *ADC* en driehoek *BCD*. Dus $BC = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$.
De oppervlakte van driehoek *ABC* is
$½ \cdot 6 \cdot \sqrt{3}$ ($\approx 5{,}2$)

13 $AE^2 = 2^2 + 3^2 = 13$, dus $AE = \sqrt{13}$
Driehoek *ABC* en driehoek *EDC* zijn gelijkvormig. De overeenkomstige zijden verhouden zich als 2 : 3.
dus $AC = \frac{2}{5} \cdot AE = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{13}$